

UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

INSTITUTO SUPERIOR DAS CIÊNCIAS DO TRABALHO E DA EMPRESA

Departamento de Matemática da FCUL

Departamento de Finanças do ISCTE

**ISCTE Business School**  
Instituto Universitário de Lisboa



**UNIVERSIDADE  
DE LISBOA**

**MODELIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS BANCÁRIOS DE EMPRESAS NÃO  
FINANCEIRAS NA ZONA EURO: UMA ABORDAGEM VAR/VECM**

Bernardo Aboim de Barros Celorico Moreira

MESTRADO EM MATEMÁTICA FINANCEIRA

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

INSTITUTO SUPERIOR DAS CIÊNCIAS DO TRABALHO E DA EMPRESA

Departamento de Matemática da FCUL

Departamento de Finanças do ISCTE

**ISCTE Business School**  
Instituto Universitário de Lisboa



**UNIVERSIDADE  
DE LISBOA**

**MODELIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS BANCÁRIOS DE EMPRESAS NÃO  
FINANCEIRAS NA ZONA EURO: UMA ABORDAGEM VAR/VECM**

Bernardo Aboim de Barros Celorico Moreira

MESTRADO EM MATEMÁTICA FINANCEIRA

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Doutora Diana Mendes.

ISCTE Business School, Departamento de Métodos Quantitativos.

2011

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

MODELIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS BANCÁRIOS DE EMPRESAS NÃO  
FINANCEIRAS NA ZONA EURO: UMA ABORDAGEM VAR/VECM

## RESUMO

O principal objectivo deste trabalho consiste em apresentar uma análise empírica que caracteriza o desenvolvimento dos empréstimos bancários para as empresas não-financeiras na zona Euro. Para este propósito analisamos um conjunto de sete séries temporais, nomeadamente: Volume Empréstimos para Empresas não financeiras ( $L$ ), Produto Interno Bruto ( $Y$ ), Investimento total ( $I$ ), Excedente bruto de exploração ( $S$ ), custos financeiros com os empréstimos bancários ( $CL$ ), custo dos títulos de dívida ( $X$ ) e a taxa da Política monetária (Euribor - 3 meses,  $mm$ ) (compreendidos entre o primeiro trimestre de 1999 e o primeiro trimestre de 2011) retiradas do *site* do Banco Central Europeu.

Inicia-se o estudo com a análise da estacionaridade e significância das séries consideradas, seguida pela implementação dos modelos VAR (*Vector Auto Regressive*) e VECM (*Vector Error Correction Model*). Para o melhor modelo estimado, procedemos também a análise da função impulso resposta, para avaliar o efeito dos choques na política monetária adoptada na zona do euro.

O interesse principal da utilização desses modelos reside no facto que permitem a separação das componentes endógenas e exógenas da política monetária, estudar a dinâmica a longo-prazo e mensurar a reacção das variáveis aos *shocks* imprevistos.

**Palavras-chave:** VAR, VECM, Cointegração, Função Impulso Resposta, Empréstimos Bancários

## ABSTRACT

The main objective of this thesis is to present an empirical analysis that it is able to characterizes (at least partially) the present and future development of bank lending of non-financial corporations in the Euro Area. For this purpose we analyzed a set of seven time series, including: Volume Loans for Non-financial corporations ( $L$ ), Gross Domestic Product ( $Y$ ) Total investment ( $I$ ) Gross operating surplus ( $S$ ), financial costs with bank loans ( $CL$ ), cost of debt securities ( $X$ ) and the monetary policy rate (Euribor - 3 months,  $mm$ ) (between the first quarter of 1999 and the first quarter of 2011). The data was taken from the official site of the European Central Bank.

The study begins with the analysis of stationarity and significance of the series considered, followed by the implementation of the VAR (Vector Auto Regressive) and VECM (Vector Error Correction Model) models. For the best estimated model we give an impulse response function analysis to assess the effect of shocks to monetary policy adopted in the euro area.

The main interest of these models consists in: they allow separating the endogenous and exogenous components of monetary policy, allow studying the long-term dynamics and allow measuring the response of variables to unexpected shocks.

**Key-words: VAR, VECM, Cointegration, Impulse Response Function, Bank Lending**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecimento sincero às seguintes pessoas;

Ao corpo docente do Mestrado em Matemática Financeira pelo contributo prestado na minha formação.

À Professora Diana Mendes pelo apoio incondicional na orientação desta Tese

À minha Família (Pai, Mãe e Maria) e à Inês uma pessoa muito especial, pela paciência e apoio dado, que sem o qual nada disto seria possível.



## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1 – Conceitos Introdutórios .....</b>	<b>10</b>
<b>1.1 Introdução.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2 Objectivos.....</b>	<b>13</b>
<b>1.3 A Teoria do Canal de Crédito .....</b>	<b>14</b>
<b>CAPÍTULO 2 - Conceitos e Modelos Econométricos .....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Séries Não – Estacionárias.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2 Testes de Raiz unitária.....</b>	<b>19</b>
<b>2.3 Modelo VAR .....</b>	<b>22</b>
<b>2.4 Modelo VECM.....</b>	<b>32</b>
<b>2.5 Modelo Favar .....</b>	<b>37</b>
<b>CAPÍTULO 3 - Dados e Resultados .....</b>	<b>41</b>
<b>3.1 Dados .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2 Resultados Obtidos.....</b>	<b>48</b>
<b>3.2.1 Modelo VAR .....</b>	<b>48</b>
<b>3.2.2 Modelo VECM.....</b>	<b>51</b>
<b>CAPÍTULO 4 – Conclusões.....</b>	<b>54</b>
<b>4.1 Conclusão .....</b>	<b>54</b>
<b>4.2 Limitações e Estudos Futuros .....</b>	<b>54</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>56</b>
<b>APÊNDICE .....</b>	<b>59</b>

# **CAPÍTULO 1 – Conceitos Introdutórios**

## **1.1 Introdução**

Entender a procura do dinheiro é um elemento importante para a análise do desenvolvimento monetário, cuja preocupação consiste em extrair, em tempo real, sinais do desenvolvimento monetário que são relevantes para a avaliação do risco da estabilidade dos preços a médio e a longo prazo. Olhando só para os sectores individuais, podemos formular explicações bastante ricas das forças que conduzem o mecanismo monetário, permitindo uma melhor compreensão do mesmo.

As empresas não-financeiras seguram acerca de 20% do agregado monetário do M3. Apesar de segurar menos que as famílias, os seus depósitos crescem mais depressa e flutuam de forma mais intensa que os das famílias. Ainda mais, as empresas não-financeiras alocam recursos significativos para financiar a sua situação. Tudo isto conduz a uma elevada complexidade dos processos relacionados com as interações entre dinheiro, oportunidades de custo e despesa, tornando a sua modelização mais desafiante que no caso das famílias. Desta forma, estudos teóricos e empíricos dos efeitos das empresas não-financeiras no mecanismo monetário, tiveram menos atenção na literatura científica, que veio definir a motivação para este trabalho.

Na Economia seja ela local ou global, só há dois mecanismos para que os agentes económicos se financiem, através do Crédito Bancário ou através dos Mercados Financeiros. É de notar que os pequenos e médios agentes económicos não têm capacidade para se financiarem junto dos mercados financeiros devido a problemas de informação, ou devido a elevados custos na emissão de títulos de dívida. Desta forma, o fluxo de Crédito Bancário concedido através de um canal, o qual iremos designar por Canal de Crédito Bancário, tem uma enorme importância.

O canal de crédito bancário dá um papel de destaque aos Bancos na transmissão da política monetária. Este assunto será posteriormente desenvolvido no Capítulo 1 com base na

assunção de que os mercados financeiros são imperfeitos (Bernanke e Gertler, 1995; Cecchetti, 1995; Hubbard, 1995) para um aprofundamento da transmissão de políticas monetárias através do canal de crédito bancário. A importância do crédito na definição de novas políticas monetárias é de tal forma importante que os diversos bancos centrais o incluem nos seus grupos de dados. O Banco Central Europeu tem o crédito como estratégia em ambos os pilares da sua política e da mesma forma, a Reserva Federal Americana também dá uma elevada importância ao papel que o crédito desempenha na política monetária.

No decorrer das últimas décadas, a visão predominante do mecanismo de transmissão da política monetária tinha como base o canal das expectativas da mesma, em que a política monetária apenas influenciava *outputs* e preços com base na expectativa da oscilação da taxa de juro de referência de curto prazo (Blinder, 1998; Bernanke, 2004; Woodford, 2005). Com a crise do *Subprime* entre 2008-2009, e os impactos que esta crise teve na maioria das economias desenvolvidas, levou a que a visão tida no passado sobre os mecanismos de transmissão da política monetária fosse completada com uma especial importância para o Canal do Crédito Bancário, em que os bancos como entidades individuais numa economia têm um grande impacto na economia como um todo. Desta forma, muitos trabalhos empíricos tiveram recentemente especial relevância tanto ao nível académico como ao nível político relativamente ao Canal do Crédito Bancário (Bernanke e Gertler, 1995; Angeloni *et al.*, 2003).

A introdução de novos modelos estatísticos com propriedades diversas e a divulgação de estudos que empregam tais métodos cresceu exponencialmente e permitiu uma análise empírica (parcial) dos mecanismos de transmissão da política monetária, entre outras. Deste conjunto de artigos, salientamos as contribuições efectuadas por Sims, (1972, 1980), que em muito contribuíram para o surgimento e desenvolvimento do modelo vectorial autoregressivo (VAR).

Em particular, em 1992, Bernanke e Blinder desenvolveram métodos que pretendiam identificar e quantificar os efeitos de alterações nas políticas monetárias através de modelos vectoriais auto-regressivos designados por VAR (*Vector Auto-Regressive*). Esta abordagem permitiu identificar choques nas variáveis macroeconómicas provocadas pelas políticas monetárias. O modelo VAR trata todas as relações lineares existentes entre as variáveis endógenas e os valores passados das mesmas, sem impor restrições quanto à sua independência e dependência, permitindo ainda a inclusão de variáveis exógenas ao modelo.

É um modelo mais flexível que os modelos uni-variados, permite testar a direcção de causalidade determinando previsões de melhor qualidade do que nos modelos estruturais tradicionais. Ao mesmo tempo que este modelo permitiu aos investigadores quantificarem os impactos das políticas económicas, muitas críticas surgiram quanto às limitações do mesmo. Este modelo será desenvolvido e testado no Capítulo 2.

De modo a colmatar os inconvenientes dos modelos VAR, em particular quando as séries são não-estacionárias, surge em 1987 através de Engle e Granger (*Cointegration and error correction: representation, estimation and testing*) o modelo VECM (*Vector Error Correction Model*), no qual é dada especial atenção às relações de longo prazo.

Na última década, Cheung e Ng (1998) conseguiram identificar uma relação de longo prazo entre algumas variáveis económicas tendo aplicado, para o efeito, o conceito de cointegração com o recurso à metodologia de Johansen (1988 e 1991) e estimação de um modelo de mecanismo corrector do erro.

O que distingue um modelo VAR de um modelo VECM é que o segundo apresenta como variáveis, deterministas os ECMs correspondentes às relações de cointegração entre as diferentes variáveis, através da inclusão de vectores de correcção de erro (este modelo será desenvolvido e testado no Capítulo 2).

É de notar que o processo VAR é um dos modelos mais poderosos no que toca às Funções Impulso Resposta (*Impulse Response Function*, IRF), funções que aplicam choques exógenos às variáveis, também como na previsão.

Desta forma, os estudos feitos nesta área têm seguido dois caminhos, um baseado na informação detalhada dos bancos e outro baseado na informação agregada ao nível do crédito, mas ambos continuam a ser inconclusivos ao nível macroeconómico relativamente aos impactos financeiros ao nível bancário.

Os modelos VAR têm uma grande limitação, a qual os impedia de olhar para a realidade económica como um todo, dado que, esta só pode ser representada por grandes conjuntos de dados e estes modelos apenas contemplavam alguns indicadores limitados (no máximo para oito variáveis). De forma a eliminar ou reduzir este problema de dimensão da informação em análise, em 2005, Bernanke *et al* introduziram os recentes avanços nas

dinâmicas dos modelos de factores com um modelo VAR standard, num único modelo denominado por *factor-augmented vector autoregression* (FAVAR).

Os modelos FAVAR permitem incorporar na sua análise grandes conjuntos de dados, e para além disso permitem mensurar os impactos nas variáveis macroeconomias provocados por elementos de difícil mensuração que anteriormente não eram contemplados em nenhum modelo. Este modelo será apresentado no Capítulo 2.

## 1.2 Objectivos

Do ponto de vista do Banco Central, é bastante importante monitorizar o desenvolvimento dos empréstimos/créditos bancários, pois contém informações consistentes sobre as actividades económicas e financeiras, sendo o mesmo o maior recurso financeiro das empresas não-financeiras. Para além disso, as mudanças no crédito determinam sinais sobre a disponibilidade e a procura para investimentos com apoio de fundos e decisões de gastos do sector não-financeiro privado. Também foi mostrado que os créditos estão fortemente correlacionados com a dinâmica dos preços dos activos, e, portanto podem fornecer informações essenciais sobre os ciclos dos preços dos activos. Sendo assim, ter conhecimento sobre os factores principais que determinam o desenvolvimento dos empréstimos, leva-nos a um melhor entendimento do mecanismo da política monetária na zona euro.

Existem relativamente poucos trabalhos nesta área que consideram a zona euro, veja, por exemplo: Sorensen *et al.*, 2009; Carascal e Landesberger, 2010; Gambacorta e Rossi, 2007. Uma revisão exaustiva da literatura científica, apresentou estudos sobre o desenvolvimento do Canal de Crédito Bancário Americano (Jain e Moon, 1995) ou estudos de países europeus individuais (Bridgen e Mizen, 1999; Reed, 1996; Bruinshoof e Kool, 2004), ou estudos na modelização do crédito para o sector privado como um inteiro.

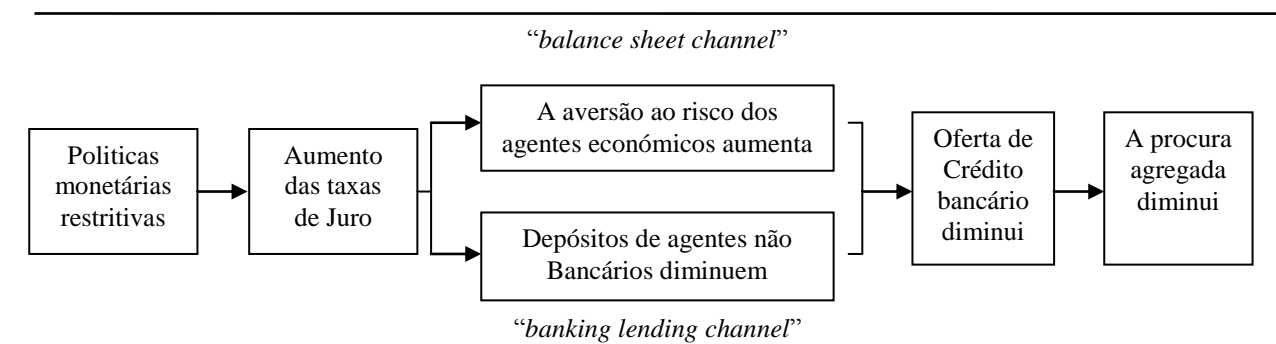
O principal objectivo deste trabalho consiste em apresentar um modelo que caracteriza o desenvolvimento a curto-médio prazo dos empréstimos bancários para as empresas não-financeiras na zona euro.

No Capítulo 3 iremos analisar modelos VAR e VECM para um conjunto de sete séries temporais, nomeadamente: Volume Empréstimos para Empresas não financeiras ( $L$ ), Produto Interno Bruto ( $Y$ ), Investimento total ( $I$ ), Excedente bruto de exploração ( $S$ ), custos

financeiros com os empréstimos bancários ( $CL$ ), custo dos títulos de dívida ( $X$ ) e a taxa da Política monetária (Euribor - 3 meses,  $mm$ ) (compreendidos entre o primeiro trimestre de 1999 e o primeiro trimestre de 2011) retiradas do site do Banco Central Europeu. A unidade das séries em volume de euros é milhão de euros, e todas as séries dizem respeito à zona Euro dos 17. O interesse principal da utilização desses modelos reside no facto que permitem a separação das componentes endógenas e exógenas da política monetária, estudar a dinâmica a longo-prazo e mensurar a reacção das variáveis aos *shocks* imprevistos.

### 1.3 A Teoria do Canal de Crédito

Existem várias discussões contraditórias referentes aos canais através dos quais a política monetária pode ser transmitida para a economia real e para o nível de preços. Um importante canal de transmissão que, actualmente, tem atraído a atenção dos investigadores é o canal do crédito, o qual sugere que a política monetária exerce efeitos reais porque limita a capacidade dos bancos em conceder empréstimos (canal do empréstimo bancário ou *bank lending channel*), quer porque compromete a situação financeira dos tomadores de empréstimos e, por conseguinte, sua capacidade para obter financiamento (canal do balanço patrimonial ou *balance sheet channel*). A Figura 1 ilustra a transmissão monetária através da oferta de Empréstimos Bancários segundo a Teoria do Canal de Crédito.



**Figura 1:** Descrição da transmissão monetária através da oferta de Empréstimos Bancários segundo a Teoria do Canal de Crédito (Worms, 2001).

De acordo com o *balance sheet channel*, um aumento das taxas de juro induzido através de uma política monetária restritiva, degrada as características de risco dos agentes que recorrem ao crédito bancário devido a uma redução do valor dos activos usados como colaterais. A redução do valor dos activos é consequência do aumento da taxa de desconto aplicada aos pagamentos futuros, provocada pelo aumento da taxa de juro, o que leva a que os Bancos possam reduzir a sua oferta de crédito, em períodos de políticas monetárias restritivas, devido a uma expectativa de aumento de perdas provocadas por um aumento de incumprimento.

A teoria de *pecking-order hypothesis*, a qual está extremamente ligada com o *balance sheet channel*, refere que através da informação assimétrica que existe nos mercados, leva a que os gestores das Empresas usem em primeiro lugar os fundos gerados internamente, e só mais tarde recorram a fundos externos (Myers e Majluf, 1984; Fazzari *et al.*, 1988). Uma vez que, um aumento da taxa de juro levada ao cabo por medidas de políticas monetárias, faz com que o custo do crédito por parte dos agentes aumente.

De acordo com o *bank lending channel* as políticas monetárias restritivas têm como objectivo reduzir a liquidez do sistema bancário comercial ou fazer com que a procura de liquidez associada ao crédito seja mais cara. Assim, a seguir a uma política monetária restritiva que leve ao aumento das taxas de juro, as organizações não financeiras tendem a diminuir os seus depósitos bancários com o objectivo de reestruturar e reorganizar os seus portfólios, e, desta forma os bancos ficaram com menos liquidez, o que impactará a oferta de crédito.

## CAPÍTULO 2 - Conceitos e Modelos Econométricos

### 2.1 Séries Não – Estacionárias

Uma série temporal (ou sucessão cronológica) pode ser definida como sendo um conjunto de observações de uma variável dispostas sequencialmente no tempo. A série temporal pode ser determinística ou estocástica, linear ou não-linear, estacionária ou não-estacionária.

Quando os valores da série podem ser escritos através de uma função matemática, diz-se que a série é determinística, e quando a série envolve também um termo aleatório chamamos a série de estocástica. A expressão matemática envolvida determina a (não) linearidade e a (não) estabilidade (estacionaridade) da série em causa. Um processo estacionário numa série temporal é aquele cuja distribuição de probabilidade conjunta permanece estável ao longo do tempo.

As séries cronológicas em níveis, na maioria dos casos, apresentam uma tendência crescente ou decrescente (*trend*) e por isso são não estacionárias (no mínimo, a média varia ao longo do tempo). O *trend* pode ser determinístico (não aleatório), que é o caso duma tendência constante ao longo do tempo ou pode ser estocástico, que é o caso duma tendência variante ao longo do tempo. A forma mais simples de apresentar o *trend* estocástico é o chamado processo *random walk*, isto é:

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \text{ com } u_t \sim i.i.d.$$

Formalmente, um processo estocástico de uma variável  $Y_t$  é estacionário no sentido fraco (*covariance stationary*) quando;

-  $E(Y_t) = \mu$  a média é constante ao longo do tempo,

-  $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$  a variância é constante ao longo do tempo,



-  $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$  a covariância é constante para todos os  $t \neq k$  (covariância que depende de  $k$  e não de  $t$ ).

Ao longo dos anos as séries temporais têm sido alvo de grande preocupação por parte dos economistas, devido a não-linearidade e não-estacionaridade das mesmas, o que dificulta a sua análise. Vários novos métodos foram desenvolvidos nos últimos anos, tendo como objectivo a resolução (pelo menos parcial) dos problemas inerentes a estes dois fenómenos.

Em particular, na estimação de modelos por OLS, quando aplicados a séries temporais não-estacionárias, perdem-se propriedades estatísticas relevantes para o processo de estimação, tornando o processo de inferência estatística sem validade. Para evitar este tipo de problemas, a primeira solução viável foi transformar uma série não-estacionária numa série estacionária, considerando a primeira diferença ou os retornos da série.

Um estudo casual da maioria das séries temporais económicas (tal que o PIB, taxas de juro, os preços, a inflação, etc.) revela a não-estacionaridade das mesmas. Resumindo, observa-se de forma frequente que;

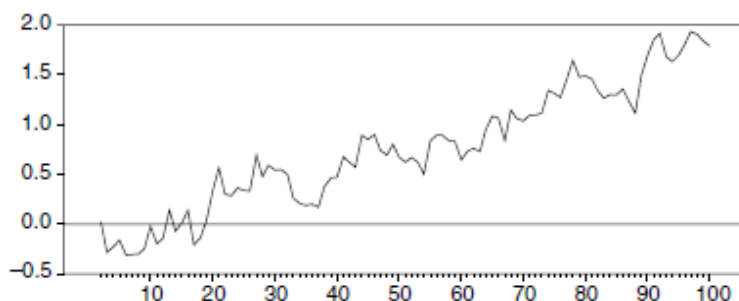
1. A maioria das séries temporais (em especial os dados económicos), apresenta tendência ao longo do tempo.

2. Muitas vezes, as séries temporais têm um comportamento típico de passeio aleatório, vagueando juntamente com outras séries. Este comportamento revela evidência de raiz unitária e cointegração.

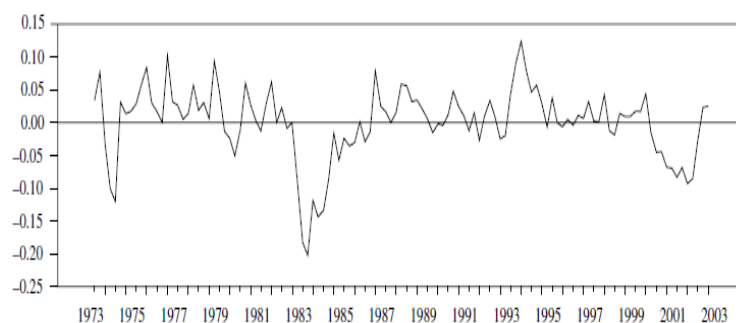
3. Se aplicarmos um choque a uma série, o efeito persiste para um longo intervalo de tempo.

4. A teoria económica sugere que certos grupos de variáveis devem ser ligados por uma relação de equilíbrio no longo prazo, apesar de as variáveis sob consideração divergirem do equilíbrio por intervalos de tempo limitado. As forças económicas ou acções governamentais são esperadas a agir de forma a restaurar o estado de equilíbrio. Em termos de análises temporais isto traduz-se pela cointegração dos modelos e tratamento das mesmas pelos modelos VECM.

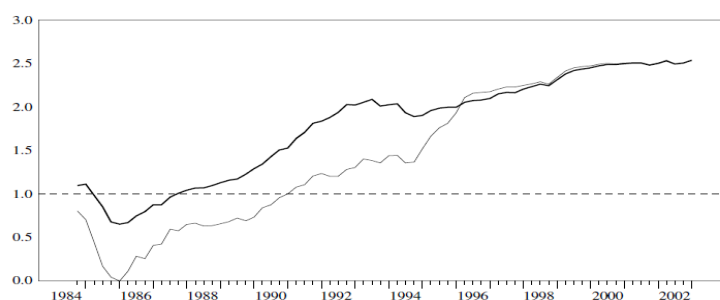
As figuras que seguem ilustram algumas das séries anteriormente referenciadas, nomeadamente uma série não-estacionária (Figura 2), uma série estacionária (Figura 3) e duas séries não-estacionárias cointegradas (Figura 4),



**Figura 2.** Série não-estacionária (figura adaptada do Juselios, 2006)



**Figura 3.** Série não-estacionária (figura adaptada do Juselios, 2006)



**Figura 4.** Séries Cointegradas (figura adaptada do Juselios, 2006)

A realização de testes de raízes unitárias podem auxiliar o investigador a proceder a uma correcta distinção entre séries cronológicas estacionárias, e séries não-estacionárias por forma a evitar o perigo de obter regressões espúrias na análise. Caso as séries cronológicas sejam não-estacionárias, uma das possíveis transformações com vista a torná-las estacionárias consiste em obter uma série diferenciada da série original (mas existe perda de informação devido ao processo de diferenciação).

Observou-se que as regressões entre variáveis integradas podem, em dadas circunstâncias, dar origem a um processo de modelação, que em termos de longo prazo, assegure que o co-movimentos de determinadas variáveis seja reflectido nos modelos. Tal descoberta levou à introdução do conceito de cointegração.

Apesar da generalização do procedimento de diferenciação, nem sempre é desejável remover a não-estacionaridade de uma série temporal, pois, implica a não consideração da informação relativa aos níveis das variáveis, dando-se ênfase apenas às relações de curto prazo entre as variáveis dependente e independente e nenhuma importância às relações de longo prazo. Neste contexto, diversas investigações procuram direccionar as suas análises para as relações de cointegração entre as diversas variáveis não-estacionárias. É de salientar que se duas séries temporais se encontram cointegradas, então são ambas integradas da mesma ordem e se relacionam a longo prazo num movimento de equilíbrio, de tal maneira que os desvios desta relação são estacionários, ou  $I(0)$ , em função do nível de equilíbrio.

## 2.2 Testes de Raiz Unitária

Como referido anteriormente é fulcral estudar a não-estacionaridade das séries temporais. Desta forma surgem vários testes de raiz unitária ou testes de não-estacionaridade com o objectivo de determinar a ordem de integração de uma série observada  $y_t$ . Esta denominação surge do facto de número de diferenças necessárias para transformar  $y_t$  numa série estacionária corresponde ao número de raízes unitárias presentes no processo gerador de  $y_t$ . No que segue, apresenta-se de forma breve o teste de Dickey e Fuller (DF) e a sua generalização, o teste ADF (*Augmented Dickey Fuller*);

O teste de Dickey e Fuller (DF) têm como objectivo testar a existência de Raízes unitárias em  $y_t$  quando a equação é descrita da seguinte forma, para;

- a)  $y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \mu_t$
- b)  $y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \mu_t$
- c)  $y_t = \rho y_{t-1} + \mu_t$

Subtraindo  $y_{t-1}$  em ambos os lados da equação, podemos rescrever as equações mencionadas em cima como;

$$d) \quad \Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \mu_t$$

$$e) \quad \Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \mu_t$$

$$f) \quad \Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \mu_t$$

Em que  $\gamma = \rho - 1$

Podemos testar as seguintes hipóteses:

$$H_0: \dots \gamma = 0$$

$$H_A: \dots \gamma < 0$$

Se a hipótese nula for rejeitada, então a série temporal  $y_t$  é estacionária (não tem uma raiz unitária). Caso contrário, a série em estudo é não-estacionária (tem uma raiz unitária).

O teste de estacionaridade ADF (*Augmented Dickey Fuller*) pode ser aplicado ao caso geral, (assumindo um processo autoregressivo superior da primeira ordem) estimando a seguinte equação:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \mu_t$$

onde incluímos um número de variáveis desfasadas da primeira diferença de  $y_t$ , até obtermos erros  $\mu_t$  não autocorrelacionados.

Podemos testar a hipótese individual

$$H_0: \dots \gamma = 0 \text{ (não estacionaridade)}$$

$$H_A: \dots \gamma < 0 \text{ (estacionaridade)}$$

Analogamente ao teste DF, se a hipótese nula for rejeitada, então a série temporal  $y_t$  é estacionária. Caso contrário, a série em estudo é não-estacionária (tem uma raiz unitária).

Na prática, tem sido verificado que as séries temporais económicas e financeiras, expressas em níveis, são na grande maioria não-estacionárias, sendo por isso necessário expressá-las em diferenças. Este facto torna necessário encontrar qual a ordem da diferenciação (integração) que transforma as variáveis em estacionárias. O processo consiste em aplicar os testes DF ou ADF à 1ª diferença, à 2ª, etc., até encontrar séries estacionárias.

## Séries cointegradas

Cointegração é uma propriedade estatística que garante a existência de uma relação de equilíbrio no longo prazo, não espúria, entre variáveis económicas de séries temporais não-estacionárias. A cointegração considera as propriedades (comportamento) no longo prazo do modelo, não lidando explicitamente com as dinâmicas no curto prazo. Com este propósito foram desenvolvidos os modelos de correcção do erro (ECM ou VECM), que se tornaram muito populares na última década.

Em 1987 Engle e Granger definiram o conceito de cointegração da seguinte forma; Os elementos de um vector  $K$  dimensional são cointegrados de ordem  $(d, c)$ ,  $Y \sim CI(d, c)$  se todos os elementos de  $Y$  são integrados de ordem  $d$ ,  $I(d)$ , e se existir pelo menos uma combinação linear não trivial,  $z$ , dessas variáveis, que é de tipo  $I(d - c)$ , onde  $d \geq c > 0$ , isto é;

$$\beta' Y_t = z_t \sim I(d - c)$$

O vector  $\beta$  é chamado de vector cointegrante. O nível de cointegração  $r$  é igual ao número de vectores cointegrantes linearmente independentes. Os vectores cointegrantes são as colunas da matriz da cointegração  $B$  tal que,

$$B' Y_t = Z_t$$

se todas as variáveis são  $I(1)$  e  $0 \leq r < k$ . Para  $r = 0$  os elementos do vector  $Y$  são não cointegrados.

Se considerámos 2 processos  $I(1)$ ,  $Y_t = \beta x_t + \mu_t$  em que  $\mu_t \sim I(0)$  e  $X_t = x_t + \varepsilon_t$  em que  $\mu_t \sim I(0)$ , então a combinação linear é,

$$Y_t - \beta Y_t = \mu_t - \beta \varepsilon_t = z_t$$

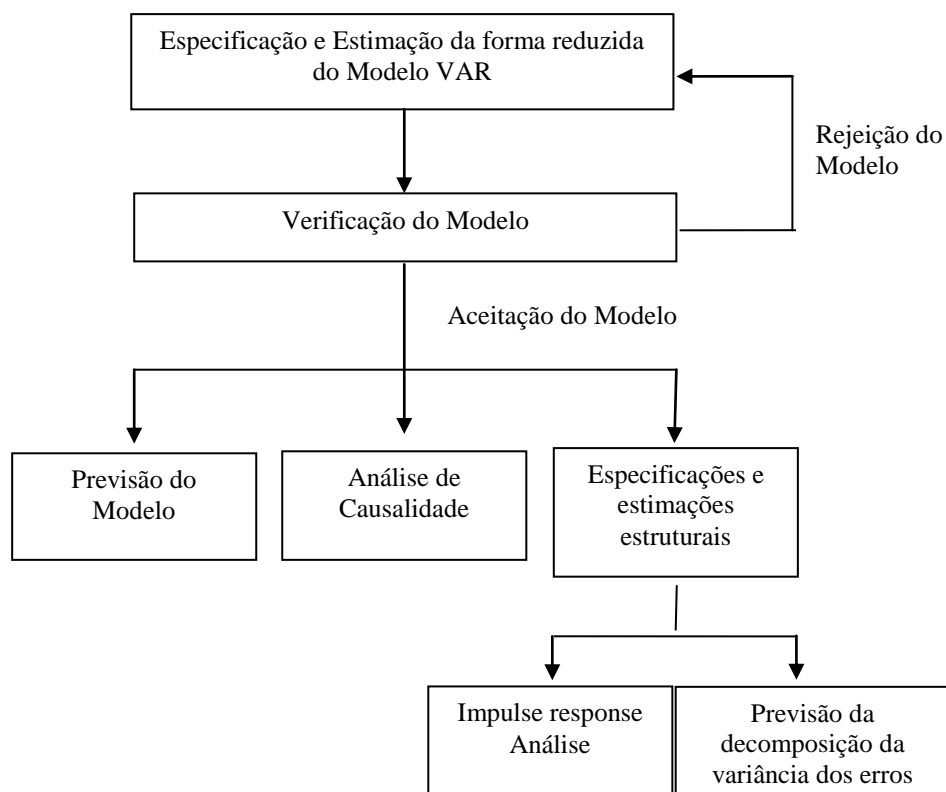
- I. As duas variáveis não são cointegradas se  $\gamma_x = \gamma_y = 0$ .

- II. As duas variáveis são cointegradas se existir pelo menos um  $\gamma_i$  positivo tal que o  $i = x, y$ . Então o sistema contém uma relação de cointegração.

## 2.3 Modelo VAR

Os modelos VAR (*Vector Autoregressive*) surgiram nos anos 80, como uma generalização dos modelos autoregressivos univariados, através de Christopher Sims com a publicação do artigo “*Macroeconomics and Reality*” no qual todas as variáveis em estudo são endógenas. A primeira ideia base associada a estes modelos é que procuravam responder às limitações dos modelos keynesianos. São modelos de regressão definidos por sistemas de equações e que podem ser vistos como uma combinação de séries temporais de sistemas de equações simultâneas.

Neste capítulo iremos utilizar a abordagem para os modelos VAR utilizada por Lutkepohl, 2005. A Figura 5 ilustra os principais passos da análise VAR.



**Figura 5.** Análise VAR (Lutkepohl, 2005)

O modelo VAR trata todas as relações lineares existentes entre as variáveis endógenas e os valores passados das mesmas, sem impor restrições quanto à sua independência e dependência, permitindo ainda a inclusão de variáveis exógenas ao modelo.

É um modelo mais flexível que os modelos uni-variados, permite testar a direcção de causalidade permitindo previsões de melhor qualidade do que nos modelos estruturais tradicionais.

O modelo VAR de ordem  $p$  ou VAR ( $p$ ), satisfaz os pressupostos mencionados em cima e pode ser escrito matematicamente da seguinte forma;

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

ou

(1)

$$Y_t = A_0 + \sum_{p=1}^p A_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

onde  $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})$  é um vector de  $k$  variáveis endógenas (não) estacionárias,  $A_0$  é um vector de constantes,  $A_1, \dots, A_p$  são matrizes de coeficientes  $k \times k$  e  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{kt})$  é um vector  $k$  dimensional representativo do erro aleatório (não-observado) o qual segue uma distribuição Normal com média zero e de variância  $\Omega$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0, \Omega)$ , e onde  $\Omega$  é uma matriz de variâncias e co-variâncias contemporâneas, definida positiva (Kratzig e Lutkepohl, 2004).

A estabilidade do modelo VAR estuda-se a partir da seguinte expressão;

$$\det(I_K - A_1 z - \dots - A_p z^p) \neq 0 \text{ para } |z| \leq 1.$$

Se a solução da equação acima admite uma raiz para  $z = 1$ , então algumas das variáveis do modelo VAR  $(p)$  são integradas de ordem 1.

Tal como definido na equação em cima (1), uma constante pode também ser adicionada ao modelo bem como uma tendência. Os modelos VAR analisam séries temporais estacionárias, ou seja, de tipo  $I(0)$ . Quer isto dizer que as séries têm médias, variâncias e co-variâncias constantes ao longo do tempo. Nos casos em que as séries temporais são integradas de primeira ordem, alguns termos determinísticos das mesmas puderam ser absorvidos na relação de cointegração, sendo o processo não estável e as variáveis cointegradas (Sims *et al.*, 1990). Nestes casos a matriz de co-variância é singular porque os parâmetros estimados ou as combinações lineares dos parâmetros estimados convergem mais rápido que  $\sqrt{T}$ . Desta forma os testes  $t$ -,  $\chi^2$ -, e os testes  $F$ -aos parâmetros do modelo puderam não ser assintoticamente válidos (Toda e Phillips, 1993).

O modelo VAR  $(p)$  dado pela equação (2) pode ser representado por um modelo VAR  $(1)$  de dimensão  $kp$ , este modelo pode ser rescrito matematicamente da seguinte forma;

$$Y_t = v + AY_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

em que,

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} A_1 A_2 \dots A_{p-1} A_p \\ I_K & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_K & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_K & 0 \end{bmatrix}; \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$



As dimensões das matrizes mencionadas em cima são;  $Y_t \sim (kp \times 1)$ ,  $v \sim (kp \times 1)$ ,  $A \sim (kp \times kp)$  e  $\varepsilon_t \sim (kp \times 1)$  e a média do modelo VAR  $(p)$  é dada por  $\mu = E(Y_t) = (I_{kp} - A)^{-1}v$ .

A estabilidade do modelo VAR resulta imediatamente a partir da matriz  $A$ , nomeadamente, se o valor absoluto de todos os valores próprios da matriz  $A$  são menores que 1, então o processo VAR( $p$ ) é estável (estacionária).

Para uma amostra dada de variáveis endógenas, os coeficientes do modelo VAR( $p$ ) podem ser estimados de forma eficiente pelo método dos mínimos quadrados (OLS – *Ordinary Least Square*) aplicado separadamente a cada uma das equações.

Uma vez estimado, o modelo VAR( $p$ ) pode ser utilizado para vários propósitos, como sendo: testes de diagnóstico (ausência de autocorrelação, heteroscedasticidade e não-normalidade dos resíduos), predição, diagnóstico do comportamento do modelo dinâmico empírico, função impulso resposta. O último é baseado na decomposição da média móvel de Wald do modelo VAR( $p$ ), que vem apresentado na próxima secção.

Podemos descrever a estimação do modelo VAR nos seguintes passos;

1. Determinar as variáveis endógenas de acordo com a teoria económica subjacente ao estudo em questão, evidências empíricas anteriormente estudadas e experiência de quem o testa;
2. Transformação dos dados, toma-se as séries logaritmizadas ou os retornos, de forma a se verificar a estacionaridade das séries e se existem raízes unitárias nas mesmas;
3. Inserir as componentes sazonais, quando existir evidência disso na respectiva série em estudo, como é o caso das séries macroeconómicas;
4. Controlar para os termos determinísticos (tendência determinística);
5. Determinar o número de *lags* adequado;
6. Estimar os parâmetros do modelo utilizando o OLS;
7. Verificar os pressupostos dos erros;
8. Escolher a ordem das variáveis na transformação de Choleski e proceder com a análise da função impulso resposta.

A determinação do *lag* adequado é uma questão bastante importante, pois, se o comprimento do desfasamento é muito curto, então pode surgir autocorrelação entre os termos do erro o que leva a ineficiência dos estimadores. Por outro lado, a escolha de uma dimensão grande no *lag*, requer a utilização de um grande número de parâmetros, aumentando a complexidade do processo de estimação o que mais uma vez conduz a ineficiência.

Para a escolha da ordem do modelo VAR óptimo podemos testar o modelo ou aplicar critérios ao mesmo;

1. Testar o modelo.

Dado a ordem máxima razoável para um modelo VAR,  $p_{max}$ , podemos testar a mesma através do teste de hipóteses para determinar o *Lag* óptimo:

$$H_0: A_{p_{max}} = 0,$$

$$H_1: A_{p_{max}-1} = 0 .$$

O *lag* óptimo é escolhido quando a hipótese nula for rejeitada pela primeira vez. Se o processo é estacionário podem ser usados os testes Wald ou os rácios de verosimilhança (LR)  $\chi^2$ .

2. Selecção por critério.

Os modelos de selecção do critério standard são usados no contexto de selecção da ordem do VAR que minimiza a ordem sobre um conjunto de possíveis ordens  $m = 0, \dots, p_{max}$ . Os critérios mais comuns são;

➤ Critério de Akaike, desenvolvido em (1973,1974), e definido por:

$$AIC(m) = \log \det(\hat{\Sigma}_m) + \frac{2}{T} mK^2$$

➤ Critério de Hanna - Quinn, desenvolvido por Hanna - Quinn em 1979 e por Quinn em 1980, dado por:

$$HQ(m) = \log \det(\hat{\Sigma}_m) + \frac{2 \log \log T}{T} mK^2$$

➤ Critério de Schwarz ou de Rissanen, desenvolvido em 1978, cuja expressão é a seguinte:

$$HQ(m) = \log \det(\hat{\Sigma}_m) + \frac{2 \log T}{T} mK^2$$

onde  $m$  é a ordem do modelo,  $k$  é o número de variáveis endógenas,  $T$  o número de observações e  $\hat{\Sigma}_m = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \hat{u}_t'$  é a matrix de covariâncias do erro

O Critério de Akaike sugere sempre a maior ordem, o Critério de Schwarz ou de Rissanen sugere sempre a menor ordem sendo que o Critério de Hanna - Quinn sugere normalmente uma ordem entre as ordens sugeridas pelos outros dois critérios. É de notar que o facto de existir esta tendência nas ordens sugeridas pelos critérios, não quer isto dizer que os 3 não possam estar de acordo.

### Verificação do Modelo

Existem vários procedimentos e testes para validar a adequação dos Modelos VAR, de forma a assegurar os seguintes pressupostos;

1 - Os erros do modelo têm média nula.

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

2 - Os erros são linearmente independentes.

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$$

### Teste à autocorrelação dos Erros

#### ➤ Teste de Portmanteau

O teste de Portmanteau verifica a auto-correlação dos resíduos através da seguinte hipótese nula,

$$H_0(r_0): \quad E(u_t u_{t-1}) = 0, (i = 1, 2, \dots)$$

contra a hipótese alternativa de que existe pelo menos uma autocovariância e uma autocorrelação dos erros não-nula.

Os testes de Portmanteau não são eficazes para níveis de VAR com intervalos de cointegração desconhecidos.

### ➤ **Teste LM**

O teste LM é conhecido como teste de Breusch-Godfrey para autocorrelação dos resíduos de ordem  $h$ . A hipótese nula é definida por:

$$H_0: B_1 = \dots = B_s \quad \text{versus}$$

$$H_1: B_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i \in \{1, \dots, s\}$$

A estatística pode ser facilmente calculada considerando os seguintes modelos, para o processo VAR,

$$\hat{u}_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + B_1 \hat{u}_{t-1} + \dots + B_s \hat{u}_{t-s} + \varepsilon_t^*,$$

onde  $\hat{u}_t$ 's são os resíduos estimados do modelo original,  $\hat{\beta}$  é o estimador RR da matriz de cointegração e  $\varepsilon_t^*$  é o termo auxiliar do erro. Os termos  $\hat{u}_t$ 's com  $t < 0$  devem ser substituídos por zero. Se o modelo tiver termos determinísticos devem ser também adicionados ao modelo auxiliar.

3 - Os erros são normalmente distribuídos

$$\varepsilon_i \sim N(0, s^2)$$

### ➤ **Testes de Não Normalidade**

Embora a normalidade não seja uma condição necessária à validade dos testes relacionados com o modelo VAR, desvios da condição de normalidade do modelo puderam indicar que melhoramentos ao modelo podem ser feitos. Podem ser aplicados testes univariados aos erros individuais de uma equação e multivariados ao vector total de resíduos, podem também ser construídos para verificar se os terceiros e quartos momentos dos resíduos estão conforme os da distribuição normal. Nos testes multivariados, o vector dos resíduos dos modelos VAR, é em primeiro lugar transformado de modo a que os componentes individuais sejam independentes, de seguida os momentos são comparados com os da distribuição normal. Para uns dados resíduos  $\hat{u}_t (t = 1, \dots, T)$  de um processo VAR, a matriz das covariâncias  $\hat{\Sigma}_u$  é determinada e a matriz  $P$  tal que  $PP' = \hat{\Sigma}_u$  é construída.

O teste de não normalidade pode ser baseado na assimetria e curtose através da estandardização dos resíduos  $\hat{u}_t^s = P^{-1}\hat{u}_t$ .

Em 1994 Doornik e Hanson propuseram o uso da Matriz das raízes quadradas de  $\hat{\Sigma}_u$  e em 2005 Lutkepohl considerou a decomposição de Choleski da matriz de co-variância dos resíduos.

4 - Os erros têm variância constante (homoscedasticos)

$$Var(\varepsilon_i) = \text{constante}$$

#### ➤ **Teste ARCH**

O teste ARCH (*Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*) pode ser baseado na ideia similar do teste LM para a autocorrelação dos resíduos.

$$vech(\Sigma_t) = \beta_0 + \beta_1 vech(\mu_{t-1}\mu'_{t-1}) + \dots + \beta_q vech(\mu_{t-q}\mu'_{t-q})$$

Vech é o operador de empilhamento de colunas para matrizes simétricas que empilha as colunas para a diagonal principal,  $\Sigma_t$  é a matriz de covariância de  $u_t$  dado  $u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$ , e  $\beta_0$  é um vector de dimensão  $\frac{1}{2} K(K+1)$  e os  $\beta_j$  são os coeficientes da matriz  $(\frac{1}{2} K(K+1) \times \frac{1}{2} K(K+1))$ .

O teste de hipóteses pode ser testado da seguinte forma:

$$H_0: B_1 = \dots = B_q \quad \text{versus}$$

$$H_1: B_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i \in \{i = 1, \dots, s\}$$

Se não rejeitarmos  $H_0$  então os erros são homocedásticos.

#### **Causalidade de Granger**

Uma outra questão fulcral nos modelos multivariados é a causalidade. Quem influencia quem, de qual forma e com qual intensidade. Os modelos VAR podem ser considerados como um meio de condução de testes de causalidade, em particular, causalidade de Granger.

A causalidade de Granger implica correlação entre os valores presentes de uma variável e os valores passados de outras variáveis, não significa que mudanças numa variável impliquem mudanças numa outra variável.

Se uma variável ou um grupo de variáveis,  $Y_1$  é utilizado para a previsão de uma outra variável ou de um outro grupo de variáveis  $Y_2$ , então pode se dizer que  $Y_1$  causa Granger em  $Y_2$ .

Num modelo VAR ( $p$ ) bivariado para  $Y_t = (Y_{1t} Y_{2t})'$ ,  $Y_1$  não causa Granger em  $Y_2$  se todas as matrizes  $\Pi_1, \dots, \Pi_p$ , dos  $p$  coeficientes do modelo VAR, forem matrizes triangulares inferiores. Quer isto dizer que todos os coeficientes dos valores desfasados de  $Y_2$  são zero na equação de  $Y_1$ . Os  $p$  coeficientes lineares impostos pelas restrições da não causalidade de Granger podem ser testados usando a estatística de Wald. É de notar que se  $Y_2$  não causar Granger em  $Y_1$  e  $Y_1$  não causar Granger em  $Y_2$ , então, as matrizes dos coeficientes do Modelo VAR  $\Pi_1, \dots, \Pi_p$  são diagonais.

Nota-se que, para duas variáveis,  $X$  e  $Y$ , é possível ter causalidade de  $X$  para  $Y$ , mas não de  $Y$  para  $X$ , e de  $Y$  para  $X$ , mas não de  $X$  para  $Y$ , ou mesmo de  $X$  para  $Y$  e de  $Y$  para  $X$  simultaneamente. O último caso define uma relação que é bastante difícil de interpretar.

O teste de causalidade de Granger pode ser utilizado também para testar se uma variável é exógena, isto é: se nenhuma variável dum modelo afecta uma variável em particular, então esta variável pode ser vista como exógena.

### **Função impulso resposta**

A motivação e interesse que envolve a função impulso resposta (IRF - *Impulse Response Function*) provêm da necessidade em responder e analisar o efeito de perturbações sobre as variáveis. Tem grande importância do ponto de vista económico.

A um qualquer momento do tempo  $t_0$  um impulso originário de uma equação pode impactar uma série por completo. O teste de resposta a um impulso (perturbação) mostra os efeitos de um choque exógeno sobre o inteiro processo ao longo do tempo. Se o sistema de equações é estável, então qualquer choque deve desvanecer para zero. Um sistema instável vai produzir trajecto de tempo explosivo.

Como consequência, podemos detectar as relações dinâmicas entre as variáveis ao longo do tempo.

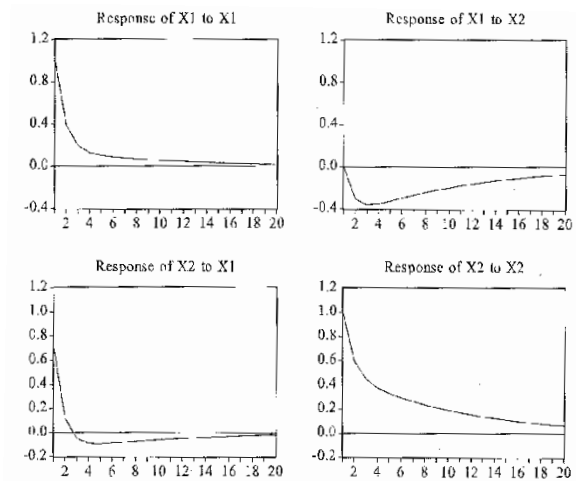
A forma uni-variada de um processo VAR ( $p$ ) (ver equação (2)) pode ser representada na forma de um processo de um vector de média móvel (decomposição de Wald), isto é:

$$Y_t = \mu + u_t + \psi_1 u_{t-1} + \psi_2 u_{t-2} + \dots$$

onde  $\psi_s$  são as matrizes de média móvel com dimensão  $K \times K$ , e que representam os choques de  $u_{t-s}$  em  $Y_t$ , e onde  $\psi_{ij}^s$  é o termo  $(i, j)$  da matriz  $\psi_s$  que é interpretado como resposta ao impulso,

$$\psi_{ij}(s) = \psi_{ij}^s = \frac{dY_{i,t+s}}{du_{j,t}} = \frac{dY_{i,t}}{du_{j,t-s}}, \text{ em que } i, j = 1 \quad (3)$$

A equação (3) é chamada de *impulse response function*. É possível decompor a previsão  $h$  passos à frente da variância do erro devido a cada choque  $u_{j,t}$ . A decomposição da previsão da variância determina a proporção da variação de  $Y_t$  causada pelo choque de  $u_{j,t}$  versus o choque das outras variáveis  $u_{i,t}$  para  $i \neq j$ .



**Figura 6.** Exemplo de Função Impulso Resposta.

## 2.4 Modelo VECM

Embora o modelo VAR seja um modelo mais eficaz que os modelos estruturais tradicionais, o modelo VAR apresenta alguns inconvenientes, tais como; a escolha adequada do número de defasamentos, todas as componentes do modelo têm que ser estacionárias e um número de variáveis limitativo para a qualidade de previsão do modelo.

De modo a colmatar os inconvenientes dos modelos VAR, em particular quando as séries são não-estacionárias, surge em 1987 através de Engle e Granger (*“Cointegration and error correction: representation, estimation and testing”*) o modelo VECM (*Vector Error Correction Model*), no qual é dada especial atenção às relações de longo prazo. O que distingue um modelo VAR de um modelo VECM é que o segundo apresenta como variáveis deterministas os ECMs correspondentes às relações de cointegração entre as diferentes variáveis, através da inclusão de vectores ECMs.

Se  $\mathbf{Y}_t$  é  $I(1)$  as variáveis são potencialmente cointegradas, desta forma os modelos VAR puderam ser inadequados visto que estes não contemplam relações de cointegração das suas variáveis. Nestes casos é adequado a reparametrização do modelo VAR, subtraindo  $\mathbf{Y}_{t-1}$  em ambos os lados da equação, e rearranjando os seus termos obtêm-se,

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha \beta' \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \varepsilon_t, \quad (4)$$

onde  $\alpha \beta' = -(I_k - A_1 - \dots - A_p)$  e  $\Gamma_j = -(A_{j+1} + \dots + A_p)$  para  $j = 1, \dots, p-1$ .

Esta representação é conhecida como (*Vector Error Corection Model*) VECM derivada do modelo VAR ( $p$ ).

É de notar que  $\Delta \mathbf{y}_t$  não contem tendência estocástica porque  $\mathbf{y}_t \sim I(1)$  por assunção.  $\Pi \mathbf{y}_{t-1}$  é o único termo que inclui variáveis  $I(1)$ s, consequentemente,  $\Pi \mathbf{y}_{t-1}$  tem de ser  $I(0)$ , desta forma estão presentes relações de cointegração. O termo  $\Pi \mathbf{y}_{t-1}$  é muitas vezes referido como o termo de longo prazo do modelo VECM. Por outro lado os movimentos de curto prazo das variáveis são determinados por  $\Gamma_j$ s ( $j = 1, \dots, p-1$ ) sendo denominados por paramentos de curto prazo.



O modelo VECM (p) dado pela equação (4) pode ser representado por um modelo VECM (1) de dimensão kp. Este modelo pode ser rescrito matematicamente da seguinte forma matricial compacta;

$$\Delta y_t = \alpha \beta' y_{t-1} + \Gamma \Delta X + \varepsilon_t \quad (5)$$

Onde,

$$\Delta Y = [\Delta Y_1, \dots, \Delta Y_T], Y_{-1} = [Y_0, \dots, Y_{T-1}],$$

$$\Gamma = [\Gamma_1, \dots, \Gamma_{p-1}], \Delta X = [\Delta X_0, \dots, \Delta X_{T-1}], \Delta X_{t-1} = \begin{bmatrix} \Delta X_{t-1} \\ \vdots \\ \Delta X_{t-p+1} \end{bmatrix} \text{ e } \varepsilon_t = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T]$$

Consideremos agora  $\alpha \beta' = \Pi$  em que a matriz  $\Pi$  de dimensão  $[k \times k]$  designa-se por matriz de informação de longo prazo,  $\alpha$  designa a velocidade de ajustamento ao desequilíbrio e  $\beta$  representa a matriz (vector) de coeficientes de longo prazo, ou seja, os vectores cointegrantes. Como todas as componentes de  $y_t$  são variáveis  $I(1)$ , cada componente de  $\Delta y_t, \dots, \Delta y_{t-p+1}$  é estacionária e cada componente de  $y_{t-1}$  é também integrado de ordem 1. A caracterização do número de vectores cointegrantes faz-se considerando a característica (rank),  $r$ , da matriz  $\Pi$ .

Se  $r=k$ , então as variáveis em níveis são estacionárias, e podemos utilizar o método de estimação OLS. Nestes casos a matriz inversa  $\Pi^{-1}$  existe e conseguimos resolver a equação (5) para  $y_{t-1}$  como combinação linear das variáveis estacionárias.

Se  $r=0$ , então  $\Pi=0$  e não existe relação de cointegração no sistema. Neste caso pode-se utilizar um modelo VAR em diferenças.

Se  $0 < r < k$ , então as variáveis encontram-se cointegradas, ou, mais especificamente, existem  $r$  relações de cointegração entre as variáveis.

Note-se que determinar a característica cointegrante do sistema equivale, na prática, a determinar quantos vectores cointegrantes existem em  $\beta$ , ou seja, quantas colunas de  $\alpha$  são nulas. Isto é o mesmo que determinar o número de filas linearmente independentes existentes na matriz  $\Pi$ .

## Estimação de Máxima Verosimilhança (ML) para processos Gaussianos

O primeiro método de estimação dos modelos VECM foi proposto em 1988 por Johansen, sendo baseado na estimação da máxima verosimilhança ML (*Maximum Likelihood*) ou regressão RR (*Reduce Rank*). O objectivo é escolher os estimadores  $\alpha$  e  $\beta$  de tal forma que, a função de verosimilhança, definida por

$$\log l = -\frac{KT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} |\Sigma_u| - \frac{1}{2} \text{tr} \left[ (R_0 - \alpha B' R_1)' \sum_u^{-1} (R_0 - \alpha B' R_1) \right]$$

é maximizada. A solução vem dada por,

$$\tilde{\beta} = [v_1, \dots, v_r]' S_{11}^{-1/2} \text{ e } \tilde{\alpha} = S_{01} \tilde{\beta} (\tilde{\beta}' S_{11} \tilde{\beta})$$

Estimar o  $\beta$  de acordo com o estimador ML, faz como a estimação dos parâmetros de cointegração converjam à velocidade  $T$  mais rápido que os outros parâmetros que convergem a ordem  $\sqrt{T}$ , sendo denominado por super consistente.

## Estimação viável GLS

Em 1990 foi proposto por Ahn e Reinsel e em 1992 por Saikkonen o estimador viável através do método dos mínimos quadrados geral (*General Least Square* - GLS), o qual tem as mesmas propriedades assintóticas que o estimador OLS e tem também as propriedades assintóticas dos estimadores  $\alpha$  e  $\Gamma$ .

Se não existirem restrições podemos definir  $\beta' = [I_r : \beta'_{(K-r)}]$  rescrevendo a equação da seguinte forma,

$$R_0 - \alpha R_1^{(1)} = \beta'_{(K-r)} R_1^{(2)} + \varepsilon^*,$$

onde  $R_1^{(1)}$  e  $R_1^{(2)}$  representam respectivamente o primeiro  $r$  e o último  $k - r$  da linha de  $R_1$ . Para determinarmos o  $\alpha$ , de acordo com a estimador GLS,  $\beta'_{(K-r)}$  pode ser deduzido da seguinte equação,

$$\beta'_{(K-r)} = (\alpha' \Sigma_u^{-1} \alpha)^{-1} \alpha' \Sigma_u^{-1} (R_0 - \alpha R_1^{(1)}) R_1^{(2)'} (R_1^{(2)} R_1^{(2)'})^{-1} \quad (6)$$

Estimando a matriz  $\Pi$  da equação

$$R_0 = \Pi R_1 + \varepsilon^* \quad (7)$$

sabendo que  $\Pi = [\alpha: \alpha \beta'_{(K-r)}]$  conseguimos calcular o  $\alpha$ . Substituindo o  $\hat{\alpha}$  e (7) em (6) obtemos a seguinte estimação viável GLS;

$$\hat{\beta}'_{(K-r)} = \left( \hat{\alpha}' \sum_u^{-1} \alpha \right)^{-1} \hat{\alpha}' \sum_u^{-1} (R_0 - \hat{\alpha} R_1^{(1)}) R_1^{(2)'} (R_1^{(2)} R_1^{(2)'})^{-1}$$

### Escolha do nível de Cointegração para o Modelo VECM

Existe um número elevado de estudos para determinar o nível de cointegração de um Modelo VECM (Hubrich *et al.*, 2001). É de notar que de todos eles sobressai a abordagem do rácio de verosimilhança (LR), definido por Johansen em 1995, dado que todas as outras abordagens têm falhas em algumas situações. Embora este teste seja o mais poderoso existem casos em quais os outros testes podem devolver melhores resultados, consequência de particularidades das séries temporais em estudo.

Portanto, para a escolha do vector de cointegração do modelo VECM escolhemos o *Likelihood Ratio* (LR) desenvolvido pelo Johansen, baseando numa estimação ML para processos Gaussianos. O teste de Johansen é bastante poderoso, pois, além de permitir estimar todos os vectores cointegrantes para um determinado conjunto de variáveis, também permite testar restrições sobre os coeficientes dos vectores cointegrantes (proporcionalidade, exogeneidade fraca).

Considera-se  $\alpha\beta' = \Pi$ , e para a selecção do nível de coitegração usa-se o seguinte teste de hipóteses:

$$H_0(r_0): rk(\Pi) = r_0 \quad \text{versus}$$

$$H_1(r_0): rk(\Pi) > r_0, r_0 = 0, \dots, K-1$$

O nível de cointegração especificado na primeira hipótese nula se não for rejeitado é então escolhido como estimativa para o verdadeiro nível de cointegração,  $r$ . Se todas as hipóteses nulas forem rejeitadas incluindo  $H_0(K - 1)$ , o processo é tratado como  $I(0)$  e os níveis do modelo são especificados. A estatística LR usada na equação (3) correspondente à hipótese nula, tem uma distribuição assintótica não standard.

O cálculo da característica da matriz  $\Pi$  vai ser efectuado pela análise dos valores próprios da matriz dada. Johansen identifica dois testes estatísticos que procuram testar se os valores próprios da matriz  $\Pi$  são significativamente diferentes de zero, nomeadamente a estatística do traço e a estatística do valor próprio máximo. A primeira, a estatística do traço testa a hipótese nula da existência de pelo menos  $r$  vectores cointegrantes, contra a alternativa de existir um maior número de vectores cointegrantes, ou seja, se alguns dos valores próprios  $\lambda_{r+1}, \lambda_{r+2}, \dots, \lambda_n$  forem significativos. A segunda estatística, a do valor próprio máximo, testa a hipótese nula da existência de  $r$  vectores cointegrantes, contra a alternativa da existência de  $r + 1$  vectores cointegrantes.

Uma vez definida a característica de  $\Pi$  é possível utilizar os vectores próprios associados aos maiores  $r$  valores próprios calculados anteriormente, os quais determinam os vectores de cointegração ( $\beta_i$ ), formando o chamado espaço de cointegração.

O teste pode ser melhorado se os termos determinísticos especificados forem os mais pequenos possíveis.

Esta abordagem embora a mais poderosa em comparação com todas as outras, têm alguns defeitos, em particular quando se trata de sistemas de dimensão grande e se é necessário *Lags* de ordem elevada para captar as dinâmicas de curto prazo.

### **Verificação do Modelo VECM - Teste à autocorrelação dos Erros**

Os pressupostos sobre os erros do modelo VECM estão em concordância com os dos modelos VAR, sendo assinaladas em baixo só algumas pequenas diferenças:

- **Teste de Portmanteau**

Para VECMs com níveis de cointegração específicos,  $r$ , e não restrições no parâmetro  $\alpha$  e  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{p-1}$ . Todas as aproximações do teste podem ser fracas em pequenas amostras.

- **Teste LM**

O teste LM é conhecido como teste de Breushch-Godfrey para autocorrelação dos resíduos de ordem  $h$  e tem a seguinte hipótese nula:

$$H_0: B_1 = \dots = B_s \quad \text{versus}$$

$$H_1: B_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i \in \{i = 1, \dots, s\}$$

A estatística pode ser facilmente calculada por:

$$\hat{u}_t = \alpha \hat{\beta}' y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + B_1 \hat{u}_{t-1} + \dots + B_s \hat{u}_{t-s} + \varepsilon_t^*$$

Onde  $\hat{u}_t$ 's são os resíduos estimados do modelo original,  $\hat{\beta}$  é o estimador RR da matriz de cointegração e  $\varepsilon_t^*$  é o termo auxiliar do erro. Os termos  $\hat{u}_t$ 's com  $t < 0$  devem ser substituídos por zero. Se o modelo tiver termos determinísticos devem ser também adicionados ao modelo auxiliar.

## 2.5 Modelo FAVAR

Dadas as limitações dos modelos VAR surgiu em 2005 através do trabalho de Bernanke *et al*, um novo tipo de modelo mais poderoso nas suas previsões devido ao facto de contemplar um maior número de variáveis para o modelo, o que nos modelos VAR não era possível, de modo a conseguir conservar-se graus de liberdade, tendo estes normalmente não mais de 8 variáveis.

Desta forma podemos definir os modelos FAVAR (*Factor Augmented VAR*) como modelos que combinam a estrutura standard da análise dos modelos VAR com um vasto painel de informação e ao mesmo tempo séries temporais perfeitamente observáveis as quais tem efeitos previsíveis na Economia. Os factores são extraídos do painel de dados pela aplicação de uma análise de componentes principais (PCA – *Principal Component Analysis*), de forma que capturam as principais forças condutoras da economia. A inclusão de factores nos modelos VAR permite obter uma imagem mais coerente dos efeitos das inovações da economia monetária, atingindo respostas mais fáceis de entender de ponto de vista teórico e aumentado a precisão de tais respostas.

A ideia subjacente aos modelos de factores é de que a Economia é conduzida por algumas forças ou factores e erros idiossincráticos. Esta ideia esteve bastante presente no trabalho de Favero et al (2005), e nos seus trabalhos que se seguiram.

Vamos considerar a formulação mais simples do modelo usado no trabalho de Bernanke *et al.*, 2005. Seja  $Y_t$  um vector de tipo  $M \times 1$  de variáveis observadas e  $F_t$  um vector de tipo  $K \times 1$  de variáveis não observadas mas que são essenciais para a modelação do modelo. Podemos rescrever matematicamente o modelo da seguinte forma,

$$\begin{bmatrix} F_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \Phi(L) \begin{bmatrix} F_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} + v_t, \quad (8)$$

onde  $\Phi(L)$  é um vector polinomial de ordem finita  $d$ , com os mesmos pressupostos base que os modelos VAR e  $v_t = (v_{1t}, \dots, v_{kt})$  é um vector de erro aleatório o qual segue uma distribuição Normal com média zero e variância  $\Omega$ ,  $v_t \sim N(0, \Omega)$ , em que  $\Omega$  é uma matriz de variâncias e co-variâncias contemporâneas, definida positiva.

A equação (3) é um VAR em  $(F_t, Y_t)$ . O sistema será um modelo VAR standard se os termos de  $\Phi(L)$  forem todos zero, caso contrário a equação (8) será definida como um FAVAR.

É de notar que a equação (8) não pode ser estimada directamente, visto que os factores  $F_t$  não são observados (são variáveis latentes). É de notar que estes factores, variáveis, embora não sejam observados dada a sua dificuldade de mensuração, é possível concluir sobre eles dado o impacto que exercem sobre as outras variáveis do modelo e sobre a previsão do mesmo.

Vamos assumir que o conjunto de dados representativo da série temporal em estudo,  $X_t$ , é um vector de tipo  $N \times 1$  que está relacionado com os factores não observados  $F_t$ . O  $N$  pode ser muito grande, podendo ser maior que o numero de observações do período  $T$  e vamos assumir que é muito maior que o numero de factores,  $(K + M \ll N)$ .

A equação que define  $X_t$  vem dada por,

$$X_t' = \Lambda^f F_t' + \Lambda^y Y_t' + \varepsilon_t'$$

em que  $\Lambda^f$  e  $\Lambda^y$  são matrizes de dimensão  $(N \times K)$  e  $(N \times M)$  respectivamente. O factor erro é um vector de dimensão  $(N \times 1)$  com média zero e co-variância  $R$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0, R)$ .

É de notar que  $\varepsilon_t$  e  $v_t$  são independentes e que o  $R$  é a diagonal, quer isto dizer que o termo do erro das variáveis observadas no modelo, não é mutuamente correlacionado.

### Identificação das variáveis do modelo FAVAR

É importante agora identificar as variáveis do modelo de maneira a distinguir a parte idiosincrática da parte comum. Segundo o trabalho de Bernanke *et al.*, 2005, existem duas maneiras de estimar os parâmetros: o não paramétrico *Two-step principal component estimation* e a abordagem paramétrica Bayesiana referida no trabalho dos autores mencionado em cima como *one step estimation* ou *likelihood- base estimation*;

- *Two step Estimation*

Os factores são inteiramente obtidos através da equação,

$$X_t' = \Lambda^f F_t' + \Lambda^y Y_t' + \varepsilon_t'$$

onde a identificação dos mesmos é standard, e desta forma podemos escolher restringir por

$$I = \frac{\Lambda^f \Lambda^f}{N} \text{ ou por } I = \frac{F'F}{T}$$

Esta abordagem identifica os factores contra qualquer rotação.

- *One step Estimation* ou *Likelihood method*

Este método foi implementado pelas técnicas de amostragem de Gibbs, os factores são obtidos por ambas as equações,

$$X_t' = \Lambda^f F_t' + \Lambda^y Y_t' + \varepsilon_t' \text{ e } \begin{bmatrix} F_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \Phi(L) \begin{bmatrix} F_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} + v_t$$

Ambas as abordagens dão-nos, o mesmo componente  $F\Lambda^f$  e o mesmo factor de espaço. Impondo uma das restrições mencionada em cima obtemos  $\hat{F} = \sqrt{T}\hat{Z}$  onde  $\hat{Z}$  é o

primeiro autovector de dimensão  $K$  ordenado por ordem decendente. Esta abordagem identifica os factores contra qualquer rotação.



## CAPÍTULO 3 - Dados e Resultados

### 3.1 Dados

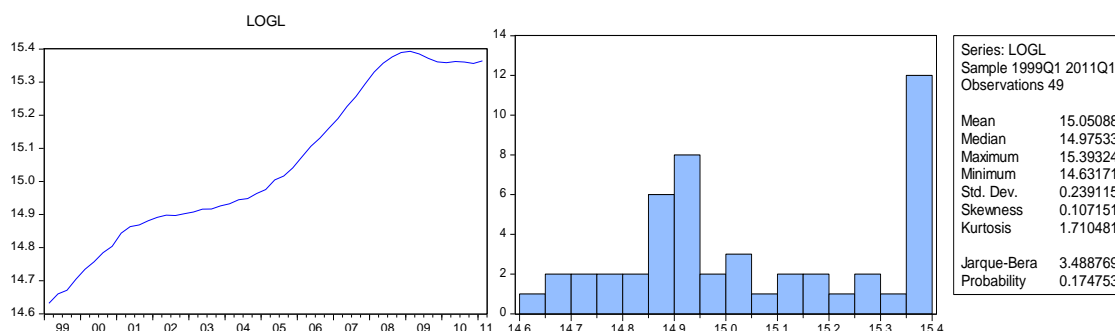
O presente trabalho consiste no estudo econométrico (usando o *software EViews*) de sete séries trimestrais (entre primeiro trimestre de 1999 e o primeiro trimestre de 2011) pela utilização dos modelos VAR/VECM. As séries foram retiradas do site do Banco Central Europeu, a unidade das séries em volume de euros é milhão de euros, e todas as séries dizem respeito à zona Euro dos 17. Como é usual em Economia/Finanças, as diferenças nas séries de preços não são trabalhadas em níveis, mas sim em logaritmos (retornos). As séries em estudo são;

- Volume Empréstimos para Empresas não financeiras (Código da série BSI.Q.U2.N.A.A20.A.1.U2.2240.Z01.E), tomando o logaritmo natural da série original, irá designar a série por LogL (série *LogL*).
- Produto Interno Bruto a preços de mercado (Código a série ESA.Q.I6.Y.0000.B1QG00.1000.TTTT.L.U.A) tomando o logaritmo natural da série original, iremos designar a série por LogY (série *LogY*).
- Investimento total feito a preços de mercado (Código a série IEAQ.Q.I6.N.V.P51.Z.S1.A1.S.1.X.E.Z ) iremos designar a série por LogI (série *LogI*).
- Excedente bruto de exploração ( “*gross operating surplus*” - GOS) é a parcela do lucro derivada da produção que é obtido pelo factor capital. É calculado com base nos resultados operacionais das Empresas. Difere do resultado operacional visto que só um subconjunto de custos totais é subtraído da produção bruta para o cálculo do GOS. O GOS é essencialmente a produção bruta menos o custo dos bens e serviços intermédios menos remuneração dos trabalhadores. (Código a série IEAQ.Q.I6.N.V.B2A3G.Z.S1.A1.S.1.X.E.Z.) tomando o logaritmo natural da série original, iremos designar a série por LogS (série *LogS*).

- De forma a definirmos os custos financeiros com os empréstimos bancários na zona Euro (Zona Euro dos 17) retirámos do Banco Central Europeu as taxas anuais agregadas ou *Narrowly defined effective rate* (NDER) para Empréstimos com maturidades entre um ano e cinco anos, para Empresas não Financeiras, até ao ano de 2003 sendo que para os anos de 2002 e 2001 retirámos do Eurostat as taxas de juro de Empréstimos do Banco Central Europeu. A série extraída do site do BCE tem o código designação de MIR.M.U2.B.A20.I.R.A.2240.EUR. (série *CL*).
- A maior alternativa ao Empréstimos Bancário é o custo dos títulos de dívida desta forma usámos como Série o custo dos títulos de dívida através da *yield* de obrigações de dívida soberana. Esta Série foi definida com base nos dados do BCE para a *yield* das obrigações a 10 anos da Zona Euro. A série extraída do site do BCE tem o código designação de FM.Q.U2.EUR.4F.BB.U2\_10Y.YLD . (série *X*).
- A Série taxa da Política monetária foi definida como sendo a taxa Euribor a 3 meses. (série *mm*).

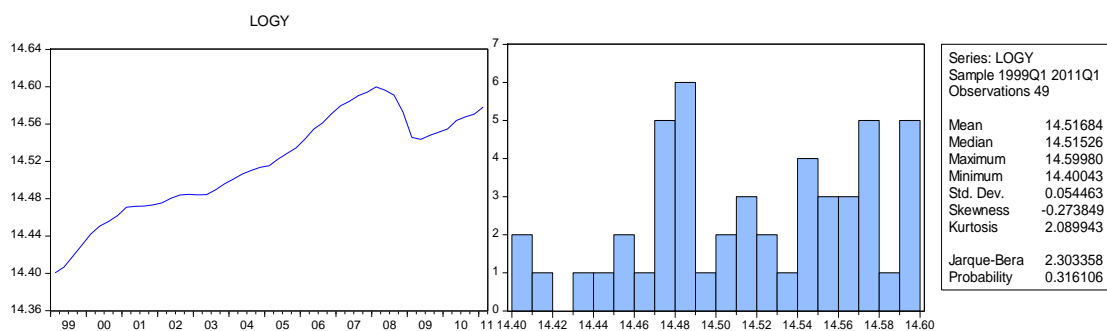
Iremos analisar cada série individualmente quanto à sua estacionaridade. Em baixo segue-se o gráfico de cada uma e a sua estatística descritiva.

- **Série *LogL***



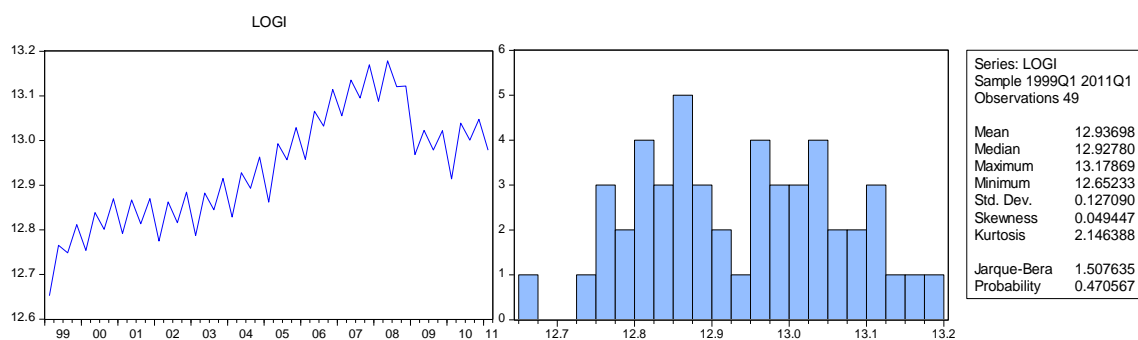
**Figura 7.** Análise Gráfica e Histograma da série *LogL*

- Série *LogY*



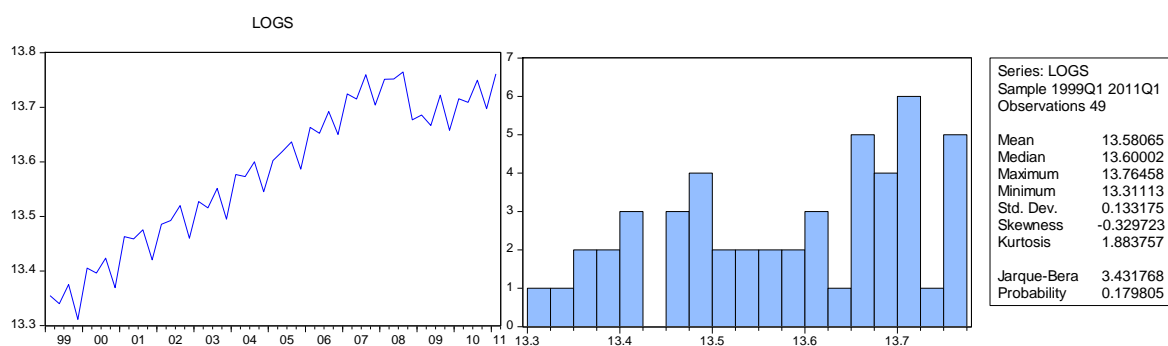
**Figura 8.** Análise Gráfica e Histograma da série *LogY*

- Série *LogI*



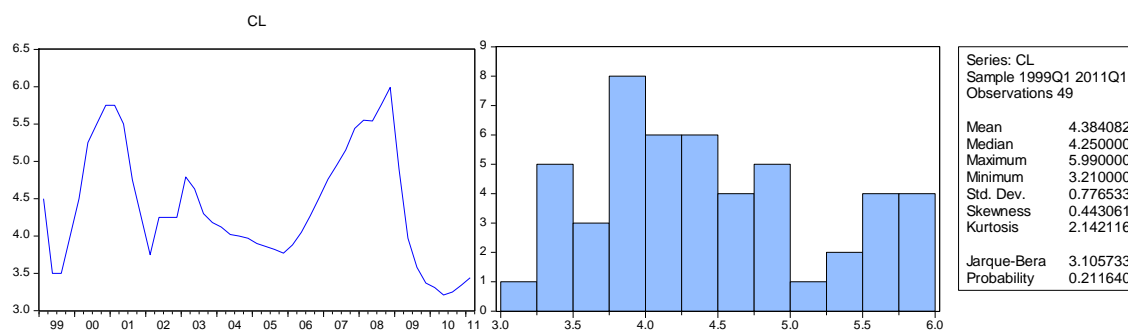
**Figura 9.** Análise Gráfica e Histograma da série *LogI*

- Série *LogS*



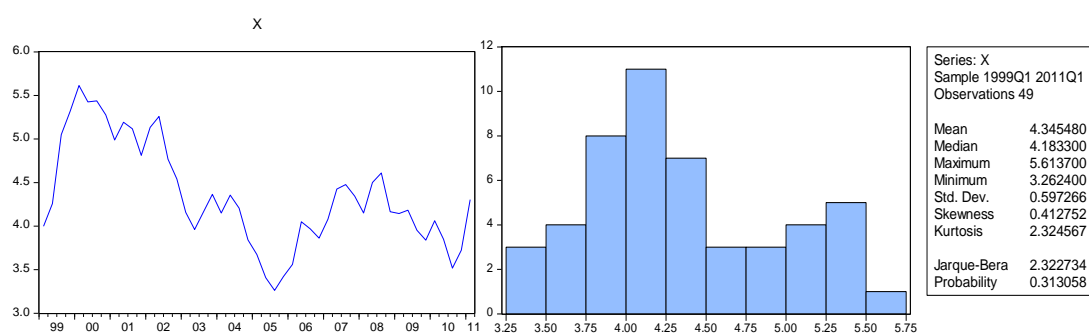
**Figura 10.** Análise Gráfica e Histograma da série *LogS*

- Série *CL*



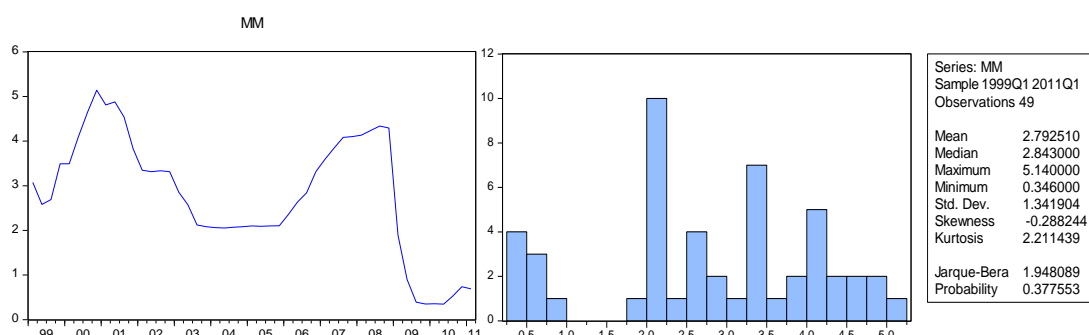
**Figura 11.** Análise Gráfica e Histograma da série *CL*

- Série *X*



**Figura 12.** Análise Gráfica e Histograma da série *X*

- Série *mm*



**Figura 13.** Análise Gráfica e Histograma da série *mm*

Observa-se que todas as variáveis em estudo seguem uma distribuição normal (o teste de normalidade de Jarque-Bera não é rejeitado). As variáveis *LogL*, *LogY*, *LogI*, *LogS* apresentam tendência ao longo do período de tempo (aproximadamente linear), e as últimas duas apresentam também uma componente sazonal. Devido a controvérsia existente acerca a desazonalização das séries, optamos por manter a componente sazonal no nosso estudo.

As últimas três séries (*CL*, *X*, *mm*) tem alguns padrões específicos as séries não-lineares, apresentando assimetrias e tendências não-constantes ao longo do tempo.

Para estabelecer a ordem de integração das séries, utiliza-se o teste de raiz unitária ADF. O comprimento do *lag* nos testes ADF foi seleccionado de forma automática pela utilização do critério de informação de Akaike (AIC), com um máximo de 6 lags.

De seguida segue-se o resumo dos resultados do teste às Raízes unitárias efectuado a cada variável,

Variável	P-value
LOGL	0.0371*
LOGY	0.1859
LOGI	0.0058*
LOGS	0.6600
CL	0.0249*
X	0.4370
MM	0.4092

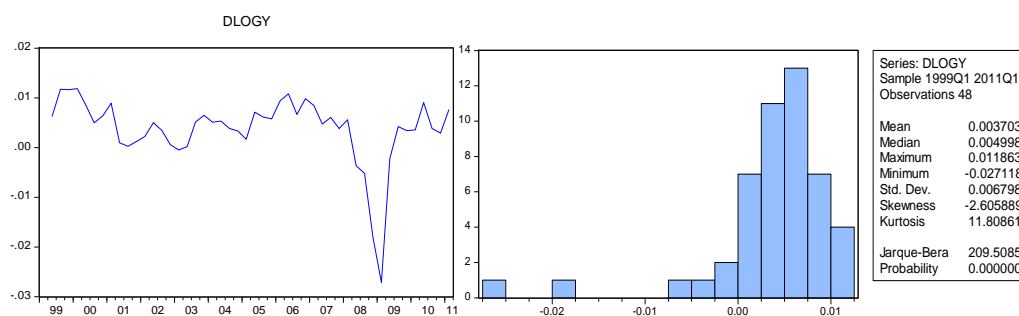
\* rejeita-se  $H_0$  para um nível de significância de 5%

**Figura 14.** Resumo dos resultados ao teste às Raízes Unitárias

As séries *LogL*, *LogI* e *CL* são estacionárias em níveis (ver Fig. 14 e os *output's* no Anexo). Da análise dos resultados apresentados das outras séries, verifica-se que o *p-value* para a estatística de teste é, sempre superior a qualquer nível de significância assumido. Portanto, conclui-se que as séries (*LogY*, *LogS*, *X*, *mm*) são não-estacionárias em níveis, uma vez que não é rejeitada a hipótese nula.

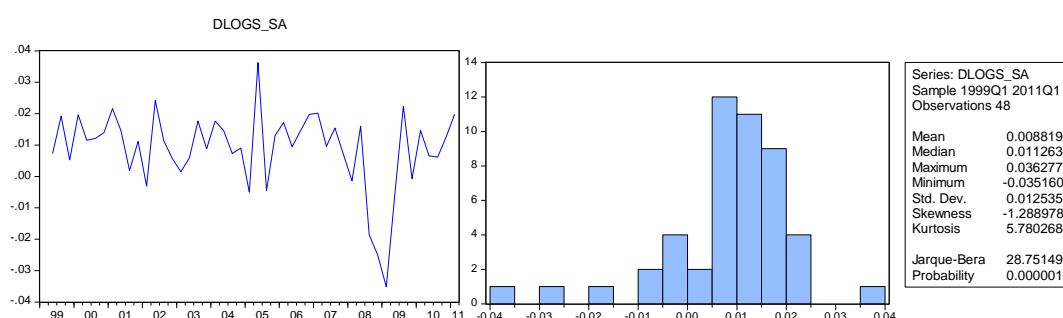
Procede-se ao estudo das primeiras diferenças das séries não-estacionárias em níveis. A abordagem é idêntica a anterior. As Figuras 15-18 ilustram a representação gráfica das séries em estudo.

- **Série  $DLogY$**



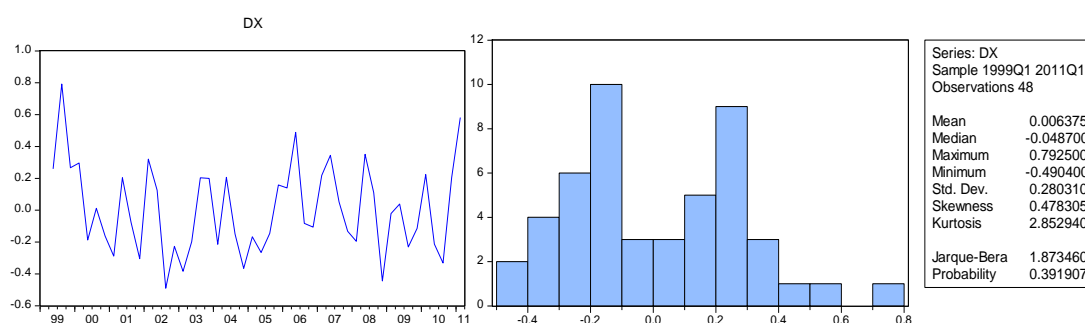
**Figura 15.** Análise Gráfica e Histograma da série  $DLoIY$

- **Série  $DLogS\_SA$**



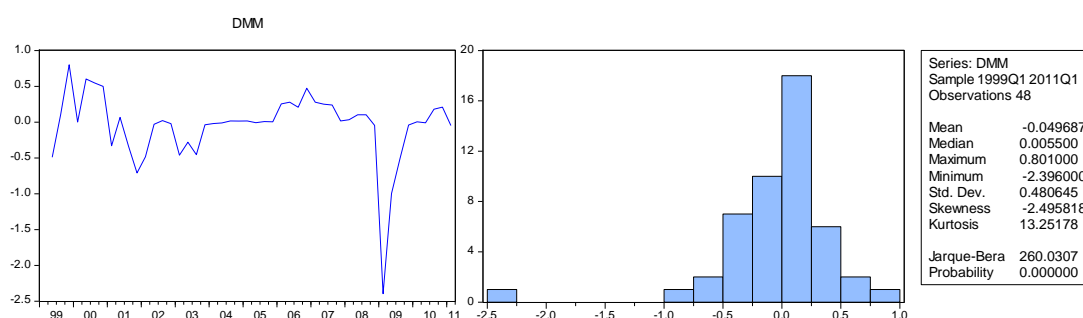
**Figura 16.** Análise Gráfica e Histograma da série  $DLoIS\_SA$

- **Série  $DX$**



**Figura 17.** Análise Gráfica e Histograma da série  $DX$

- **Série *Dmm***



**Figura 18.** Análise Gráfica e Histograma da série *Dmm*

A hipótese de normalidade é rejeitada para cada uma das séries (*DLogY*, *DLogS*, *Dmm*), apresentando leptocurtose elevada (*DLogY*, *DLogS* *Dmm*) e /ou valores extremos (*outliers*). A série dos retornos do custo dos títulos de dívida (*DX*) é a única que não rejeita a normalidade.

De seguida segue-se o resumo dos resultados do teste às Raízes unitárias efectuado a cada variável integrada de primeira ordem,

Variável	P-value
DDIOGY	0.0556
DLOGS_SA	0.0001*
DX	0.0000*
DMM	0.0016*

\* rejeita-se  $H_0$  para um nível de significância de 5%

**Figura 19.** Resumo dos resultados ao teste às Raízes Unitárias

Analisando os resultados obtidos (ver Fig. 19), conclui-se que a hipótese nula de que as séries *DlogS\_SA*, *DX*, *Dmm* têm uma raiz unitária é rejeitada para qualquer nível de significância assumido. Assim, podemos considerar que as séries são estacionárias para as primeiras diferenças dos logaritmos das variáveis originais.

Ao contrário, a série dos retornos do PIB, *DLogY*, continua não-estacionária (apresenta um nível de significância superior a 5,6%), pelo que teremos de diferenciar outro nível para estacionarizar a mesma.

Variável	P-value
DDLOGY	0.0000*

\* rejeita-se  $H_0$  para um nível de significância de 5%

**Figura 20.** Resumo do resultado ao teste à Raiz Unitária

Finalmente, a variável *LogY* torna-se estacionária ao fim de ser integrada (diferenciada) 2 vezes (ver Fig. 20).

De seguida iremos fazer o teste de Causalidade de Granger de modo a decidirmos quais são as variáveis com maior impacto no modelo. Recorremos a este teste, em ordem a obter um equilíbrio entre o número elevado de variáveis a considerar e o número limitado de observações disponíveis. Através da Figura 1 do anexo verificamos que os indicadores com maior impacto na variável que pretendemos explicar são os *DX*, *DDlogY* e *Dmm*. Corremos a regressão e verificamos que os resíduos são linearmente independentes, o que pode ser observado na Figura 2 e Figura 3 do anexo.

## 3.2 Resultados Obtidos

### 3.2.1 Modelo VAR

No que segue vamos analisar um modelo VAR(4), sendo as variáveis do processo definidas pelas seguintes séries temporais: *LogL*, *DX*, *DDLogY* e *Dmm*.

O primeiro passo para determinar o número de lags apropriado para o sistema consta em estimar um modelo VAR para as séries estacionárias. Com base no critério de informação de Akaike (AIC), constatamos que o *lag* óptimo é 2. Por conseguinte, deverá ser estimado um modelo VAR(4,2) –4 variáveis e 2 lags–, o que confirma a regressão vectorial realizada (ver Figura 5 do anexo).

Corremos o modelo para as variáveis anteriormente seleccionadas, e testámos a sua estabilidade (Figura 6 e Figura 7 do anexo). Verificámos que o modelo é estável, pois todas as raízes inversas do polinómio característico estão no interior do círculo unitário.

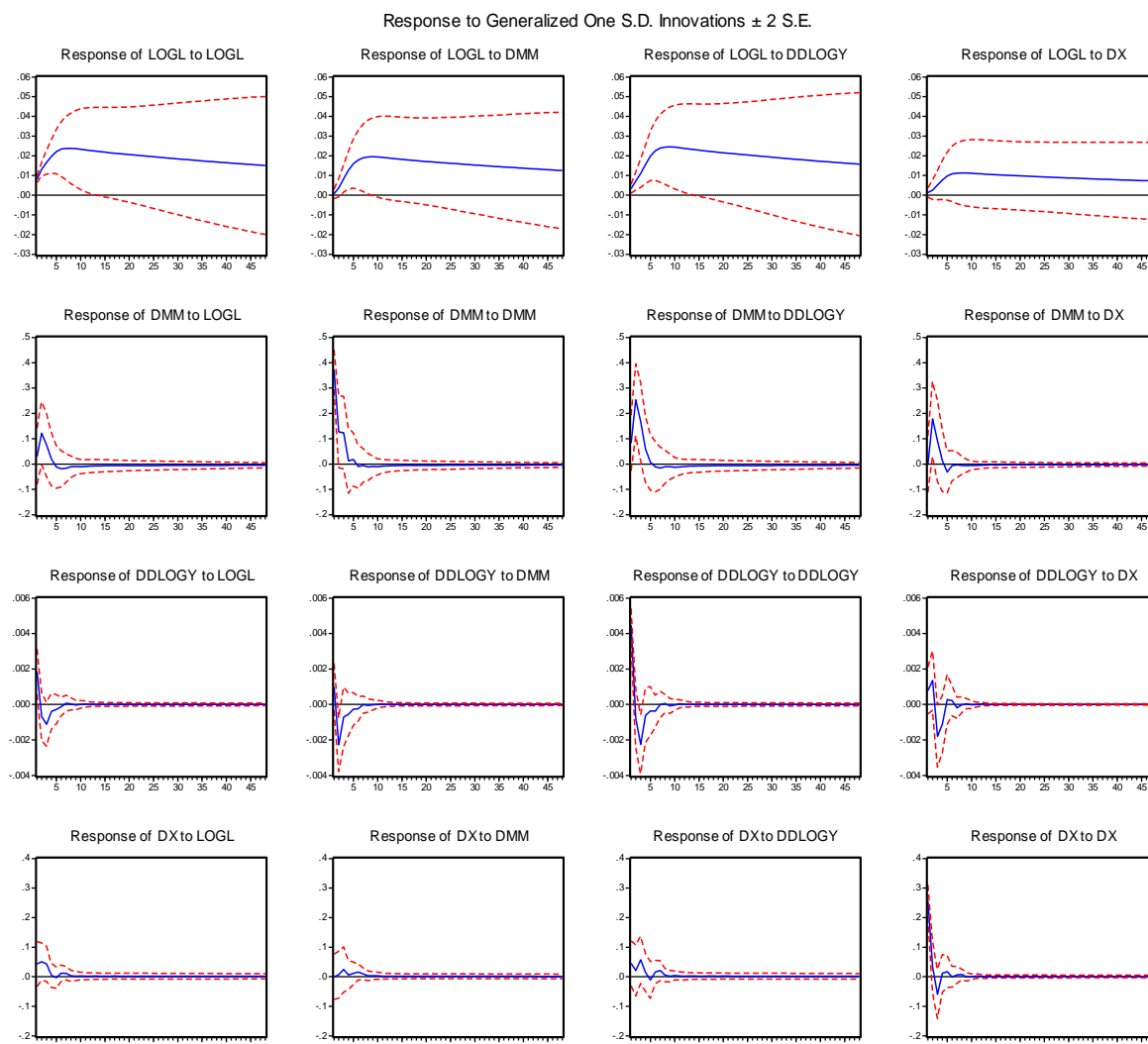


Apresentamos de seguida os resultados dos testes de causalidade de Granger entre as variáveis originais (com 4 *lags*, uma vez que temos observações trimestrais na amostra), realizados de forma a compreender a relação de causalidade entre as variáveis. Na Figura 4 do anexo podemos verificar que *Dmm* (taxa da política monetária) causa Granger todas as variáveis (o PIB e o volume de empréstimo para empresas não-financeiras), excepto a *DX* (custo dos títulos de dívida).

Iremos de seguida verificar os pressupostos dos resíduos:

Os erros têm média nula, como pode ser confirmado na Figura 8 do anexo. De acordo com a Figura 9 do anexo conclui-se que o *p*-value não permite a rejeição, para nenhum nível de significância assumido, da hipótese nula de erros homocedásticos. Em qualquer um dos *lags*, verificamos que a hipótese nula de que não existe autocorrelação dos termos de erro não é rejeitada (ver Figura 10 do anexo). Assim, verifica-se o pressuposto de que os resíduos são linearmente independentes. Como se pode analisar pelos resultados obtidos (ver Figura 11 do anexo), a co-variância dos erros com as variáveis independentes é sempre muito próxima de zero. Assim, verifica-se o pressuposto de que não existe relação entre os resíduos e as variáveis independentes. Através da Figura 12 (do anexo) verificamos que os erros apenas não são normalmente distribuídos para a variável *LogY*, não sendo violado o pressuposto da normalidade dos resíduos para as outras 3 variáveis do modelo. Desta forma, os estimadores são eficientes, e os intervalos de confiança e testes de hipóteses baseados nas estatísticas *t* e *F* são fidedignos.

Uma vez o modelo VAR (4,2) validado, procedemos a uma análise da função impulso resposta. De maneira a examinar as reacções das variáveis a mudanças da política monetária foi feita uma simulação para um período de 48 trimestre para as variáveis do modelo VAR(4,2), ver a Figura 21.



**Figura 21.** Análise Gráfica da *Impulse Response Function* modelo VAR(4,2)

Verificamos então que o volume de empréstimos após o choque das outras variáveis atinge um crescimento máximo de 0,023% ao fim do nono período a partir desse momento começa a decrescer estagnando (convergindo para o equilíbrio) no longo prazo. Este resultado confirma a actual situação do sector bancário no respeito ao crédito para empresas não financeiras. Quanto às *Yields* das obrigações, *proxy* do custo do Empréstimos, e o PIB sofrem da condição de *price puzzle*. A literatura científica justifica este fenómeno pela incompletude da informação inserida nos modelos. Seria de esperar que as *Yields* subissem gradualmente tendo uma relação inversa com o volume de empréstimos, pois, é de notar que quanto menos for volume de crédito maior seriam as *yields*. O mesmo se passa com o PIB: na economia real aumenta em concordância com o volume de empréstimos pois a economia é estimulada com este crescimento e por consequência provoca um crescimento do PIB, ao contrário do que é

sugerido na figura em cima. A taxa da política monetária é bastante volátil aos impactos das outras variáveis ajustando-se no longo prazo, sendo que esta condição se verifica na economia real. É de notar que quanto menor for o volume de empréstimos menor será esta taxa e maior a *yield*. Esta condição fica a dever-se à maior aversão ao risco das entidades financiadoras e esta aversão tem como consequência uma menor liquidez na economia. Por sua vez a entidade responsável pela imposição das políticas monetárias (Banco Central Europeu) reduz a taxa da política monetária de modo a aumentar a liquidez.

### 3.2.2 Modelo VECM

De seguida, utilizamos o teste de cointegração de Johansen, para aferir o *rank* de cointegração. Para tal, devemos primeiro verificar qual o modelo de cointegração que melhor se adequa ao nosso processo (ver anexo Figura 13 ).

Pelo critério de informação de Akaike, podemos verificar que o modelo óptimo para o VECM a estimar será com termo constante e tendência nos dados. O *lag* óptimo para o VECM é 2, conforme já verificamos no modelo VAR. Finalmente, aplicamos o teste de Johansen, para determinar o número de vectores co-integrantes. Tal como podemos verificar na Figura 13 do anexo, o número de vectores cointegrantes é 1.

No teste de Johansen, (ver Figura 14 no anexo), a hipótese nula que corresponde a *none* é referente à inexistência de vector de cointegração. Esta hipótese não é rejeitada para o teste do *trace* e do valor próprio máximo para o nível de significância de 5%. Por outro lado, a hipótese nula que corresponde a *at the most 1* e é referente a existência, no máximo, de 1 vectores de cointegração, iremos escolher como *rank* de cointegração o número de vectores que são rejeitados em ambos os testes. Sendo assim, consideramos que existe 1 vector de cointegração, portanto uma relação ao longo prazo entre as quatro variáveis analisadas, sendo o modelo normalizado definido por:

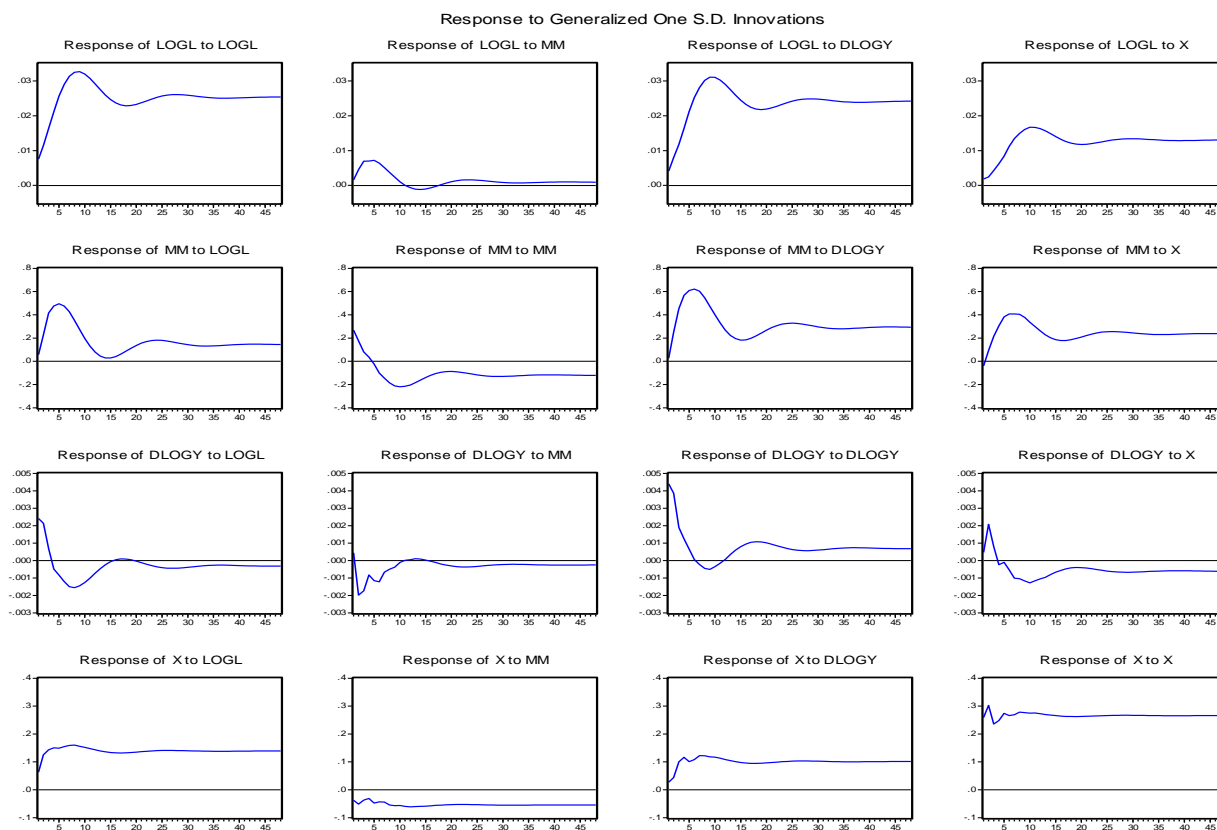
$$LogL = -0.137192X + 0.1696mm - 30.3092DLogY$$

Observa-se também que os coeficientes  $\alpha$  das variáveis *mm* e *X* (ver Figura 14 no anexo) são bastante elevados, o que signifique que, ao curto prazo, existe um ajustamento rápido para o estado de equilíbrio do sistema. Esta propriedade representa a mais-valia dos

modelos VECM, pois, reflecte a capacidade de corrigir qualquer desequilíbrio que pode afectar o sistema. Ao contrário, a variável *LogY* vai levar mais tempo para convergir ao equilíbrio, pois o seu coeficiente de ajuste é bastante pequeno.

Verificamos que o modelo é estável, (ver Figura 15 do anexo), e iremos testar os pressupostos dos resíduos. Podemos então verificar que os erros têm média zero, (ver Figura 16 do anexo), são homocedásticos, (ver Figura 17 do anexo), são linearmente independentes, (ver Figura 18 do anexo), não existe relação entre os erros e as variáveis dependentes, (ver Figura 19 do anexo) e por ultimo à excepção da variável *LogL* todas as outras séries não violam o pressuposto de que os erros seguem uma distribuição normal, (ver Figura 20 do anexo).

Para testar a existência de causalidade fraca entre variáveis, recorreremos ao teste de Johansen, considerando todas as variáveis endógenas. No teste de Johansen para cada uma das variáveis, vamos testar se o *alpha* correspondente é nulo. Tal implica que o conjunto de desfasamentos dessa variável incluídos na regressão do VECM não tem significância estatística, podendo ser considerados nulos. Ao comprovarmos essa hipótese, então comprovamos que essa variável tem exogeneidade fraca em relação ao modelo. Da análise das Figuras 21, 22, 23 e 24 verificamos que a restrição não é comprovada para *mm*, sendo comprovada para as restantes variáveis e portanto são fracamente exógenas.



**Figura 22.** Análise Gráfica da Impulse Response Function modelo VECM

Aplicando os mesmos choques mas desta vez às variáveis do modelo VECM verificamos que o volume de empréstimos atinge o seu máximo de 0,033% ao fim do nono período após esta subida decresce até ao décimo nono período voltando a crescer até um máximo de 0,026% estagnado no longo prazo. A taxa da política económica tem um crescimento de 0,12% com o aumento do PIB a partir do oitavo período, estagnado nos 0,1% no longo prazo. Esta situação parece ser razoável no curto e médio prazo pois o crescimento do PIB denota uma maior liquidez no mercado e um aumento dos preços generalizado o que leva o BCE a aumentar a sua taxa da política económica de modo a controlar a inflação. Para as outras variáveis verificamos o fenómeno de price puzzle sendo o comportamento das variáveis após os choques das outras variáveis contrários ou até mesmo inclusivos face á economia real.

## **CAPÍTULO 4 – Conclusões**

### **4.1 Conclusão**

Este estudo incide sobre uma análise empírica da modelação dos empréstimos para empresas não-financeiras na zona Euro (zona dos 17). Em concordância com a literatura científica, na procura do dinheiro e na procura de crédito para o sector privado, a abordagem econométrica utilizada baseou-se em identificar as relações de longo prazo (cointegração) e as dinâmicas de curto prazo (função impulso resposta), pela utilização dos modelos VAR e VECM.

O estudo implementado e os resultados obtidos oferecem uma análise razoável do desenvolvimento do Volume de Empréstimos de ponto de vista económico tendo em conta as variáveis utilizadas e o número limitado de observações disponíveis.

Os maiores impactos da análise verificados no decorrer do trabalho foi o impacto das *Yields* das obrigações da Zona Euro sobre o volume de crédito concedido a Empresas não financeiras. O que nos leva a concluir que quanto maior são, maior é o risco de *default* e menor é o volume de crédito concedido.

### **4.2 Limitações e Estudos Futuros**

A grande limitação na realização deste trabalho foi a obtenção dos dados para a análise. É de notar que o trabalho tinha como objectivo a zona Euro e desta forma foi bastante difícil obter dados homogeneizados após a implementação da moeda única europeia. Desta forma e dado que a natureza dos dados é trimestral levou a que a análise tivesse apenas cerca de 49 observações para cada série o que torna difícil a obtenção de bons resultados.

É importante referir que existem alguns pontos que podem ser explorados na continuação do trabalho:

1. Como as séries originais tem ordens de integração diferentes, estudar a cointegração por subconjuntos de variáveis.
2. Poderá ser explorada a implementação do modelo FAVAR apresentado na secção 2.5, dado que existem inúmeras variáveis que por si só não impactam no modelo mas que conjuntamente podem ter um enorme impacto e influência no modelo. Desta forma com base no modelo VAR e nas restantes variáveis (e também outras não analisadas aqui) extrair um único sinal para inferir sobre o modelo  $FAVAR = VAR(4) + \text{Factor}$ .
3. Poderá ser interessante extrair também uma nova série, que mensure o volume de empréstimos de empresas estatais não financeiras e analisar o impacto deste volume no volume total de Empréstimos para empresas não financeiras de modo a perceber se este não poderá ser um mecanismo para aumentar a liquidez das economias.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Angeloni, B. Mojon and A. Kashyap (2003), *Monetary Policy Transmission in the Euro Area*, Cambridge University Press.
- [2] Banco Central Europeu (2011) ,Statistics, Web page:  
<http://www.ecb.int/stats/html/index.en.html>
- [3] Bernanke, B. and Gertler M. (1995), “Inside the Black Box: the Credit Channel of Monetary PolicyTransmission”, *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 9(4), pp. 27-48.
- [4] Bernanke, B., Boivin, J. and Elias, P. (2005), Measuring the Effects of Monetary Policy: a Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 120 (1), 387-422.
- [5] Berkel, B., and Werner T. (2005), “Modelling Loans to Non Financial Corporations”, European CentralBank, mimeo.
- [6] Blinder, A. (1998): *Central Banking in Theory and Practice*, Cambridge: MIT Press.
- [7] Bridgen, A. and Mizen, P. (1999), “Money, Credit and Investment in the UK corporate sector", *Bank of England Working Paper* No. 100.
- [8] Brigden, A, and P.Mizen (1999). “Money, credit and investment in the UK corporate sector”, Working Paper, No 100, Bank of England.
- [9] Bruinshoofd, W. and C.J.M Kool (2004). “Dutch Corporate Liquidity Management: New Evidence on Aggregation”, *Journal of Applied Economics*, Universidad del CEMA, Vol. 0, November, p. 195-230.
- [10] Carascal, C.M., e Landesberger, J., (2010), Explaining the money demand of non-financial corporations in the euro area: a macro and micro view, European Central Bank, working paper 1257, October 2010



- [11] Cheung, Y. W., & Ng, L. K. (1998). International evidence on the stock market and aggregate economic activity. *Journal of Empirical Finance*, 5, 281-296.
- [12] Doornik e Hansen, (1994), An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality.
- [13] European Central Bank (2005), A Measure of the Real Cost of the External Financing of Euro Area Non-Financial Corporations, *European Central Bank Monthly Bulletin*, March.
- [14] European Central Bank (2008), The Role of Banks in the Monetary Policy Transmission Mechanism, *European Central Bank Monthly Bulletin*, August.
- [15] Eurostat (2011) Statistic Database, Web Site:  
<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/eurostat/home/>
- [16] Eduardo Cardeal Tomazia, Roberto Meurer (2009), O mecanismo de transmissão da política monetária no Brasil:uma análise VAR por sector industrial
- [17] Favero, C.A. and M. Marcellino (2005) ” Large dataset, small models and monetary Policy in Europe”; CLM Economia , 249-269
- [18] Fazzari, S M/Hubbard, R G/Petersen, B C (1988) Financing Constraints and Corporate Investment; *Brookings Papers on Economic Activity* 1/1988, 141-195.
- [19] Gambacorta, L. and Rossi C. (2007). “Modelling Bank Lending in the Euro Area: A Non-Linear Approach”, *Temi di discussione del Servizio Studi di Banca d'Italia* No. 650.
- [20] Hiro Y. Toda and Peter C. B. Phillips (1993) “Vector Autoregressions and Causality”, *Econometrica*, N°6 1367-1393
- [21] Jain, P. and C-G Moon (1994). “Sectoral money demand: A cointegration approach”, *Review of Economics and Statistics* Vol. 76, No 1, p. 196-202.
- [22] Johansen, Soren, 1988, "Statistical analysis of cointegration vectors," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, vol. 12(2-3).
- [23] Johansen, S. (1992), Cointegration in Partial Systems and the Efficiency of Single Equation Analysis, *Journal of Econometrics*, Vol. 52, pp. 389-402.

- [24] Juselius, K. (2007), *The Cointegrated VAR model: Methodology and Applications*, Oxford Univ Press.
- [25] Kratzig, M., & Lutkepohl, H. (Ed.). (2004). *Applied time series econometrics*:Cambridge [etc.]: Cambridge university press
- [26] Lutkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis* (2nd edn.).Springer-Verlag: Berlin.
- [27] Myers,S C/Majluf N S, (1984), Corporate Financing and Investment Decisions when Firms have Information that Investors do not have; *Journal of Finacial Economics* 13, June 1984, 187-221.
- [28] Ramona Jimborean, Jean Stéphane Mésonnier, Banks' financial conditions and the transmission of monetary policy: a FAVAR approach
- [28] Read, V. (1996). "Sectoral Disaggregation of German M3", Discussion Paper 1/96, Deutsche Bundesbank.
- [30] Sims, C.A. (1972), "Money, Income and Causality," *American Economic Review* 62, pp. 540-552.
- [31] Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. "Econometrica" 48(1), 1–48
- [32] Sorensen, C.K, Ibáñez, D.M, and Rossi, C. (2009), Modelling Loans to Non-Financial corporations in Euro area, *Working Paper, European Cantral Bank*.
- [33] Woodford, Michael (2007), "Globalization and Monetary Control," mimeo, Columbia University.

## APÊNDICE

**Figura 1 – Causalidade de Granger**

Pairwise Granger Causality Tests

Sample: 1999Q1 2011Q1

Lags: 4

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
LOGL does not Granger Cause DDLOGY	43	1.80387	0.15086
DDLOGY does not Granger Cause LOGL		1.81552	0.14858
LOGI does not Granger Cause DDLOGY	43	2.27204	0.08174
DDLOGY does not Granger Cause LOGI		2.26492	0.08251
DLOGS_SA does not Granger Cause DDLOGY	43	3.59383	0.01508
DDLOGY does not Granger Cause DLOGS_SA		4.59236	0.00450
CL does not Granger Cause DDLOGY	43	6.19596	0.00074
DDLOGY does not Granger Cause CL		1.51947	0.21848
DX does not Granger Cause DDLOGY	43	1.68149	0.17700
DDLOGY does not Granger Cause DX		0.12787	0.97129
DMM does not Granger Cause DDLOGY	43	5.99040	0.00093
DDLOGY does not Granger Cause DMM		8.83187	5.3E-05
LOGI does not Granger Cause LOGL	45	7.27235	0.00021
LOGL does not Granger Cause LOGI		7.76307	0.00013
DLOGS_SA does not Granger Cause LOGL	44	2.45141	0.06409
LOGL does not Granger Cause DLOGS_SA		1.18709	0.33354
CL does not Granger Cause LOGL	45	2.97352	0.03209
LOGL does not Granger Cause CL		1.86854	0.13724
DX does not Granger Cause LOGL	44	0.82903	0.51579

LOGL does not Granger Cause DX		0.98806	0.42681
DMM does not Granger Cause LOGL	44	2.89175	0.03613
LOGL does not Granger Cause DMM		1.80023	0.15087
DLOGS_SA does not Granger Cause LOGI	44	10.3496	1.2E-05
LOGI does not Granger Cause DLOGS_SA		1.21455	0.32218
CL does not Granger Cause LOGI	45	4.22631	0.00661
LOGI does not Granger Cause CL		0.70135	0.59616
DX does not Granger Cause LOGI	44	2.18190	0.09130
LOGI does not Granger Cause DX		1.85209	0.14093
DMM does not Granger Cause LOGI	44	2.58158	0.05406
LOGI does not Granger Cause DMM		1.41661	0.24884
CL does not Granger Cause DLOGS_SA	44	2.27640	0.08063
DLOGS_SA does not Granger Cause CL		1.02510	0.40795
DX does not Granger Cause DLOGS_SA	44	1.18095	0.33612
DLOGS_SA does not Granger Cause DX		0.57310	0.68393
DMM does not Granger Cause DLOGS_SA	44	1.16794	0.34167
DLOGS_SA does not Granger Cause DMM		4.96045	0.00283
DX does not Granger Cause CL	44	3.17228	0.02520
CL does not Granger Cause DX		0.10694	0.97932
DMM does not Granger Cause CL	44	0.58044	0.67877
CL does not Granger Cause DMM		2.27994	0.08026
DMM does not Granger Cause DX	44	0.31597	0.86536
DX does not Granger Cause DMM		1.42286	0.24684

## **Figura 2 – Estimação da Regressão e do Output:**

Estimation Command:

=====

LS LOGL DX DMM DDLOGY C

Estimation Equation:

=====

LOGL = C(1)\*DX + C(2)\*DMM + C(3)\*DDLOGY + C(4)

Substituted Coefficients:

---

---

LOGL = 0.001201442591\*DX - 0.112728695\*DMM - 1.101974963\*DDLOGY +  
15.06360716

Dependent Variable: LOGL

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1999Q3 2011Q1

Included observations: 47 after adjustments

Variable	Coef	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DX	0.001201	0.123436	0.009733	0.9923
	-			
DMM	0.112729	0.071751	-1.571117	0.1235
	-			
DDLOGY	1.101975	6.366641	-0.173086	0.8634
C	15.06361	0.033630	447.9243	0.0000
R-squared	0.055469	Mean dependent var	15.06812	
Adjusted R-squared	0.010429	S.D. dependent var	0.228513	
S.E. of regression	0.229701	Akaike info criterion	-0.022811	
Sum squared resid	2.268790	Schwarz criterion	0.134648	
Log likelihood	4.536060	F-statistic	0.841745	
Durbin-Watson stat	0.071681	Prob(F-statistic)	0.478554	

White Heteroskedasticity Test:

F-statistic	1.870329	Probability	0.109982
Obs*R-squared	10.29700	Probability	0.112689

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	110.7438	Probability	0.000000
Obs*R-squared	43.19690	Probability	0.000000

**Figura 3 - Os erros são linearmente independentes**

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DX	0.102355	0.038275	-2.674182	0.0109
DMM	0.080439	0.022189	3.625158	0.0008
DDLOGY	3.929704	2.037161	1.929010	0.0610
C	0.012437	0.010322	1.204950	0.2355
RESID(-1)	0.735993	0.140589	5.235064	0.0000
RESID(-2)	0.229605	0.161362	1.422921	0.1627
RESID(-3)	0.025228	0.170716	0.147780	0.8833
RESID(-4)	0.038685	0.135006	0.286543	0.7760
R-squared	0.919083	Mean dependent var		4.40E-15
Adjusted R-squared	0.904559	S.D. dependent var		0.222084
S.E. of regression	0.068610	Akaike info criterion		-2.366929
Sum squared resid	0.183584	Schwarz criterion		-2.052011
Log likelihood	63.62284	F-statistic		63.28217
Durbin-Watson stat	1.122129	Prob(F-statistic)		0.000000

#### **Figura 4 – Causalidade de Granger para as Variáveis do Modelo VAR**

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 43

---

---

Dependent variable: DX

---

---

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DMM	2.022580	4	0.7316
DDLOGY	3.042670	4	0.5507
LOGL	1.923811	4	0.7498
All	6.041398	12	0.9140

---

---

Dependent variable: DMM

---

---

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DX	5.427804	4	0.2461
DDLOGY	20.47590	4	0.0004
LOGL	1.133932	4	0.8889
All	38.73263	12	0.0001

---

---

Dependent variable: DDLOGY

---

---

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DX	4.017952	4	0.4036
DMM	11.53718	4	0.0211
LOGL	1.878718	4	0.7581
All	27.94731	12	0.0056

---

---

Dependent variable: LOGL

---

---

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
----------	--------	----	-------

DX	1.789433	4	0.7744
DMM	9.431910	4	0.0512
DDLOGY	5.026854	4	0.2846
All	20.16996	12	0.0639

### **Figura 5 - Selecco do Lag optimo**

VAR Lag Order Selection Criteria

Endogenous variables: DX DMM DDLOGY LOGL

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 43

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	140.3667	NA	2.07e-08	-6.342637	-6.178804	-6.282221
1	291.0740	266.3665	3.95e-11	-12.60809	-11.78893	-12.30601
2	326.8698	56.60732*	1.61e-11*	-13.52883*	-12.05434*	-12.98508*
3	340.1214	18.49054	1.92e-11	-13.40099	-11.27117	-12.61558
4	351.8693	14.20673	2.60e-11	-13.20322	-10.41807	-12.17614

\* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion



**Figura 6 – Output do VAR (4,2)**

Vector Autoregression Estimates

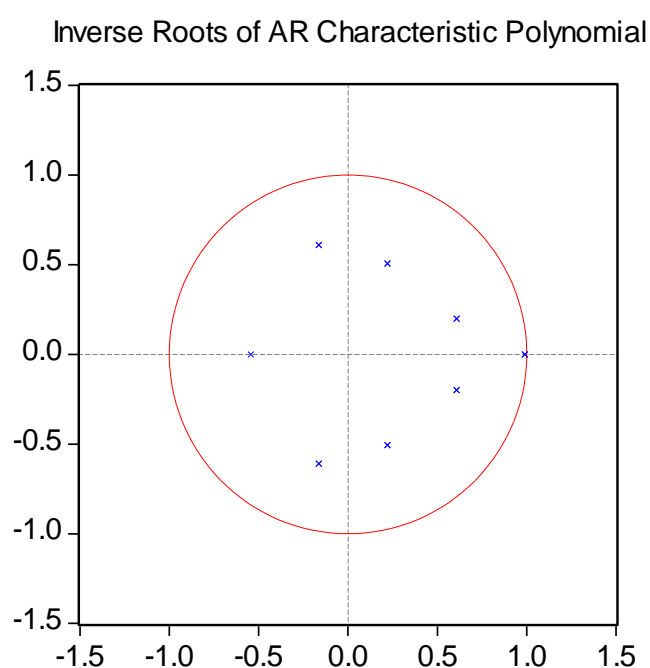
Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

	DX	DMM	DDLOGY	LOGL
DX(-1)	0.099994 (0.16801) [ 0.59516]	0.546105 (0.24409) [ 2.23727]	0.005868 (0.00292) [ 2.00652]	0.001246 (0.00524) [ 0.23786]
DX(-2)	-0.306176 (0.16095) [-1.90232]	-0.182663 (0.23383) [-0.78117]	-0.002536 (0.00280) [-0.90528]	0.000782 (0.00502) [ 0.15588]
DMM(-1)	0.011068 (0.10521) [ 0.10520]	0.214583 (0.15285) [ 1.40387]	-0.005759 (0.00183) [-3.14472]	0.006410 (0.00328) [ 1.95438]
DMM(-2)	-0.021560 (0.13649) [-0.15797]	0.463964 (0.19829) [ 2.33980]	0.000509 (0.00238) [ 0.21431]	0.008240 (0.00425) [ 1.93664]
DDLOGY(-1)	-0.944758 (9.62088) [-0.09820]	46.74465 (13.9776) [ 3.34425]	-0.071555 (0.16747) [-0.42727]	0.336050 (0.29992) [ 1.12045]
DDLOGY(-2)	9.714881 (7.76531) [ 1.25106]	23.88021 (11.2818) [ 2.11671]	-0.129819 (0.13517) [-0.96042]	-0.069921 (0.24208) [-0.28884]
LOGL(-1)	5.962183 (3.74615) [ 1.59155]	0.662435 (5.44257) [ 0.12171]	-0.078705 (0.06521) [-1.20697]	1.532320 (0.11678) [ 13.1210]
LOGL(-2)	-5.788026 (3.73108) [-1.55130]	-0.776279 (5.42067) [-0.14321]	0.075833 (0.06495) [ 1.16762]	-0.533054 (0.11631) [-4.58290]
C	-2.737533 (2.77377)	1.695664 (4.02984)	0.044232 (0.04828)	0.018375 (0.08647)

	[-0.98694]	[ 0.42078]	[ 0.91611]	[ 0.21250]
R-squared	0.181703	0.493490	0.457563	0.998899
Adj. R-squared	-0.000141	0.380932	0.337021	0.998655
Sum sq. resids	2.377550	5.018414	0.000720	0.002311
S.E. equation	0.256988	0.373364	0.004473	0.008011
F-statistic	0.999226	4.384326	3.795889	4083.984
Log likelihood	2.311083	-14.49739	184.6012	158.3784
Akaike AIC	0.297285	1.044329	-7.804499	-6.639041
Schwarz SC	0.658618	1.405661	-7.443166	-6.277708
Mean dependent	-0.022509	-0.062267	-8.93E-05	15.08502
S.D. dependent	0.256970	0.474529	0.005494	0.218429
Determinant resid covariance	8.90E-12			
Determinant resid covariance	3.65E-12			
Log likelihood	337.1857			
Akaike information criterion	-13.38603			
Schwarz criterion	-11.94070			

**Figura 7 – Estabilidade do modelo VAR**



**Figura 8 - Verificação do primeiro pressuposto dos erros – (Erros têm média zero)**

	<u>RESID01</u>	<u>RESID02</u>	<u>RESID03</u>	<u>RESID04</u>
Mean	-1.71E-16	2.12E-14	1.67E-15	8.77E-15
Median	0.000128	-0.034675	0.068228	8.11E-05
Maximum	0.008058	0.598606	0.688586	0.016205
Minimum	-0.012025	-0.387534	-1.485062	-0.012504
Std. Dev.	0.004046	0.232455	0.337720	0.007247
Skewness	-0.372865	0.590973	-1.734261	0.175845
Kurtosis	3.404365	2.703693	9.850676	2.419206
Jarque-Bera	1.349293	2.783989	110.5545	0.864389
Probability	0.509336	0.248579	0.000000	0.649083
Sum	-7.71E-15	9.56E-13	7.51E-14	3.95E-13
Sum Sq. Dev.	0.000720	2.377550	5.018414	0.002311
Observations	45	45	45	45

**Figura 9 – Segundo pressupostos os erros são homocedásticos**

VAR Residual Heteroskedasticity Tests: Includes Cross Terms

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 45

---

---

Joint test:

Chi-sq	Df	Prob.
444.1830	430	0.3082

---

---

Individual components:

Dependent	R-squared	F(43,1)	Prob.	Chi-sq(43)	Prob.
res1*res1	0.995316	4.941518	0.3449	44.78921	0.3966
res2*res2	0.991564	2.733532	0.4515	44.62039	0.4035
res3*res3	0.999906	247.8502	0.0504	44.99578	0.3883

res4*res4	0.997718	10.16835	0.2447	44.89732	0.3923
res2*res1	0.997387	8.875283	0.2612	44.88240	0.3929
res3*res1	0.999734	87.24110	0.0848	44.98801	0.3886
res3*res2	0.928645	0.302661	0.9239	41.78902	0.5238
res4*res1	0.995472	5.112621	0.3395	44.79624	0.3964
res4*res2	0.982490	1.304872	0.6138	44.21204	0.4202
res4*res3	0.998350	14.07271	0.2089	44.92576	0.3911

**Figura 10 – Terceiro pressuposto os erros são linearmente independentes**

VAR Residual Serial Correlation LM Tests

H0: no serial correlation at lag order h

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 45

Lags	LM-Stat	Prob
1	15.59845	0.4813
2	25.10271	0.0680
3	22.43060	0.1298
4	25.97901	0.0543

Probs from chi-square with 16 df.

**Figura 11 – Quarto pressuposto não existe nenhuma relação entre os erros e as variáveis dependentes**

Variáveis/Resíduos	RESID01	RESID02	RESID03	RESID04
DX	0,000162	0,052834	0,000000	0,000275
DMM	0,000297	0,000000	0,111520	0,000192
LOGL	0,000000	0,000275	0,000192	0,000000
DDLOGY	0,000000	0,000162	0,000297	0,000000

**Figura 12 – Quinto pressuposto os erros são normalmente distribuídos**

	RESID01	RESID02	RESID03	RESID04
Jarque-Beta	1,349293	2,783989	110,5545	0,864389
Probalitivity	0,509336	0,248579	0,000000	0,64083

**Figura 13 – Teste de cointegração escolha do nível óptimo**

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 45

Series: LOGL X MM DLOGY

Lags interval: 1 to 2

Selected (0.05 level\*) Number of Cointegrating Relations by Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Trace	2	2	1	1	1
Max-Eig	2	1	1	1	1

\*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information Criteria by Rank and Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend

Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)

0	336.0789	336.0789	342.5062	342.5062	343.5773
1	356.3029	357.6147	362.5396	362.7501	363.8207
2	366.0987	367.8204	371.6551	372.0445	372.6336
3	369.4321	373.8648	375.1527	375.6777	376.2189
4	370.5192	375.8960	375.8960	377.8279	377.8279

Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-13.51462	-13.51462	-13.62250	-13.62250	-13.49232
1	-14.05791	-14.07177	-14.15731	-14.12223	-14.03648
2	-14.13772	-14.12535	-14.20690*	-14.13531	-14.07260
3	-13.93032	-13.99399	-14.00679	-13.89679	-13.87640
4	-13.62307	-13.68427	-13.68427	-13.59235	-13.59235

---

Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-12.22988	-12.22988	-12.17717	-12.17717	-11.88640
1	-12.45198*	-12.42570	-12.39080	-12.31557	-12.10937
2	-12.21061	-12.11795	-12.11920	-11.96732	-11.82431
3	-11.68202	-11.62526	-11.59791	-11.36746	-11.30692
4	-11.05360	-10.95420	-10.95420	-10.70169	-10.70169

**Figura 14 – Teste de cointegração escolha do nível óptimo**

Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

Trend assumption: Quadratic deterministic trend

Series: LOGL X MM DLOGY

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized	Trace		0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	68.50117	55.24578	0.0022
At most 1	0.324082	28.01428	35.01090	0.2296
At most 2	0.147299	10.38855	18.39771	0.4438
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	40.48689	30.81507	0.0025
At most 1	0.324082	17.62573	24.25202	0.2937
At most 2	0.147299	7.170606	17.14769	0.6943
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b'\*S11\*b=I):

LOGL	X	MM	DLOGY
9.252669	1.269396	-1.569407	280.4410
-14.06689	3.159677	-1.594421	-403.6081
24.99681	0.664370	-0.191570	133.3395
-86.40649	5.518524	2.802682	25.15570

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

D(LOGL)	-0.000798	-0.001951	-0.002154	0.000236
D(X)	0.036864	-0.051625	-0.017504	-0.051718
D(MM)	0.235533	-0.040551	-0.008284	0.029526
D(DLOGY)	0.000934	0.000806	-0.001352	-6.12E-05

1 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 363.8207

Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)

LOGL	X	MM	DLOGY
1.000000	0.137192	-0.169617	30.30920
	(0.05633)	(0.03782)	(7.66259)

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(LOGL)	-0.007380 (0.01058)
D(X)	0.341089 (0.35480)
D(MM)	2.179312 (0.37617)
D(DLOGY)	0.008638 (0.00616)

---



---

2 Cointegrating Equation(s):    Log likelihood    372.6336

---



---

Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)

LOGL	X	MM	DLOGY
1.000000	0.000000	-0.062322 (0.02210)	29.69601 (5.79270)
0.000000	1.000000	-0.782074 (0.12265)	4.469594 (32.1435)

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(LOGL)	0.020065 (0.01842)	-0.007177 (0.00372)
D(X)	1.067295 (0.62818)	-0.116324 (0.12704)
D(MM)	2.749742 (0.67444)	0.170856 (0.13640)
D(DLOGY)	-0.002697 (0.01097)	0.003731 (0.00222)

---



---

3 Cointegrating Equation(s):    Log likelihood    376.2189

---



---

Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)

LOGL	X	MM	DLOGY
1.000000	0.000000	0.000000	9.473461 (6.02389)
0.000000	1.000000	0.000000	-249.3010 (92.1732)

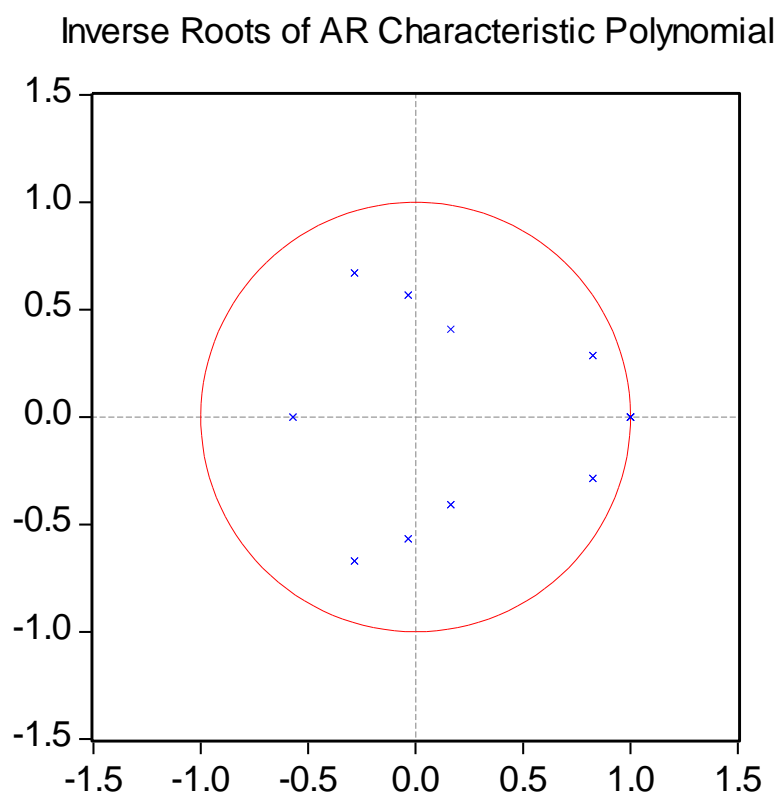


0.000000	0.000000	1.000000	-324.4843 (117.555)
----------	----------	----------	------------------------

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(LOGL)	-0.033773 (0.03103)	-0.008608 (0.00357)	0.004775 (0.00231)
D(X)	0.629747 (1.12081)	-0.127953 (0.12902)	0.027811 (0.08350)
D(MM)	2.542671 (1.20649)	0.165353 (0.13888)	-0.303405 (0.08989)
D(DLOGY)	-0.036500 (0.01834)	0.002833 (0.00211)	-0.002491 (0.00137)

**Figura 15 – Estabilidade do Modelo**



**Figura 16 - Verificação do primeiro pressuposto dos erros – (Erros têm média zero)**

	<u>RESID01</u>	<u>RESID02</u>	<u>RESID03</u>	<u>RESID04</u>
Mean	-1.28E-18	9.87E-18	-2.16E-17	1.73E-19
Median	0.000714	-0.039998	-0.007030	-7.47E-05
Maximum	0.016100	0.579882	0.646647	0.008339
Minimum	-0.011125	-0.374734	-0.844317	-0.010511
Std. Dev.	0.006745	0.226118	0.239741	0.003926
Skewness	0.112411	0.497795	-0.493983	-0.189647
Kurtosis	2.488841	2.615081	5.593311	3.113099
Jarque-Bera	0.584679	2.136306	14.44001	0.293730
Probability	0.746515	0.343643	0.000732	0.863411
Sum	-3.62E-17	2.22E-16	-8.33E-16	1.56E-17
Sum Sq. Dev.	0.002002	2.249687	2.528928	0.000678
Observations	45	45	45	45

**Figura 17 – Segundo pressupostos os erros são homocedásticos**

VEC Residual Heteroskedasticity Tests: No Cross Terms (only levels and squares)

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 45

Joint test:

Chi-sq	df	Prob.
224.4172	200	0.1136

Individual components:

Dependent	R-squared	F(20,24)	Prob.	Chi-sq(20)	Prob.
res1*res1	0.327805	0.585195	0.8863	14.75121	0.7905
res2*res2	0.417078	0.858595	0.6323	18.76852	0.5369
res3*res3	0.906158	11.58747	0.0000	40.77712	0.0040
res4*res4	0.562477	1.542711	0.1546	25.31145	0.1898

res2*res1	0.382975	0.744817	0.7463	17.23389	0.6377
res3*res1	0.630329	2.046132	0.0478	28.36482	0.1010
res3*res2	0.761751	3.836743	0.0011	34.27879	0.0243
res4*res1	0.384569	0.749854	0.7414	17.30562	0.6330
res4*res2	0.553215	1.485857	0.1762	24.89468	0.2055
res4*res3	0.573900	1.616240	0.1304	25.82550	0.1717

**Figura 18 – Terceiro pressuposto os erros são linearmente independentes**

VEC Residual Serial Correlation LM Tests

H0: no serial correlation at lag order h

Sample: 1999Q1 2011Q1

Included observations: 45

Lags	LM-Stat	Prob
1	14.40798	0.5683
2	17.37451	0.3618
3	15.51001	0.4876
4	17.37451	0.3618

Probs from chi-square with 16 df.

**Figura 19 – Quarto pressuposto não existe nenhuma relação entre os erros e as variáveis dependentes**

Variáveis/Resíduos	RESID01	RESID02	RESID03	RESID04
X	-0,000345	-0,015631	0,060431	-0,000590
MM	-0,000561	0,034216	-0,013669	-0,000276
LOGL	0,000000	-0,000247	-0,000164	0,000000
DLOGY	0,000000	0,000155	0,000162	0,000000

**Figura 20 – Quinto pressuposto os erros são normalmente distribuídos**

	RESID01	RESID02	RESID03	RESID04
Jarque-Beta	0,584679	2,136303	14,44001	0,29373
Probalitity	0,746515	0,343643	0,000732	0,863411

**Figura 21 – teste  $A(1,1)=0$  exogeneidade fraca de  $X$**

Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

Trend assumption: Quadratic deterministic trend

Series: X MM LOGL DLOGY

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	68.50117	55.24578	0.0022
At most 1	0.324082	28.01428	35.01090	0.2296
At most 2	0.147299	10.38855	18.39771	0.4438
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	40.48689	30.81507	0.0025
At most 1	0.324082	17.62573	24.25202	0.2937
At most 2	0.147299	7.170606	17.14769	0.6943
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Restrictions:

---

---

A(1,1)=0

---

---

Tests of cointegration restrictions:

---

---

Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likelihood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
1	363.2881	1.065295	1	0.302011
2	372.6336	NA	NA	NA
3	376.2189	NA	NA	NA

---

---

NA indicates restriction not binding.

1 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 11 iterations.

---

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.583024	-1.574751	6.458594	260.3272

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.000000 (0.00000)
D(MM)	0.239113 (0.04063)
D(LOGL)	-0.001157 (0.00111)
D(DLOGY)	0.000892 (0.00066)

---

---

2 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 55 iterations.

---

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
---	----	------	-------

1.440254	-1.716911	9.476067	287.8773
1.861004	-0.391725	-17.06707	-498.4583

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.000000	-0.062543
	(0.00000)	(0.03678)
D(MM)	0.190294	-0.055448
	(0.04428)	(0.04731)
D(LOGL)	-0.002017	-0.002296
	(0.00121)	(0.00129)
D(DLOGY)	0.001389	0.000930
	(0.00073)	(0.00077)

---

3 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 50 iterations.

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.391250	-1.675383	9.909540	290.6976
2.272368	-0.761941	-19.07055	-499.9210
-0.272738	0.683781	19.73430	33.21956

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.000000	-0.059380	-0.025474
	(0.00000)	(0.03681)	(0.03678)
D(MM)	0.196424	-0.049618	-0.017737
	(0.04607)	(0.04408)	(0.04445)
D(LOGL)	-0.002826	-0.002368	-0.002580
	(0.00119)	(0.00114)	(0.00114)
D(DLOGY)	0.000571	0.000724	-0.001436
	(0.00071)	(0.00067)	(0.00068)

---

**Figura 22 – teste  $A(2,1)=0$  exogeneidade fraca de  $mm$**

Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

Trend assumption: Quadratic deterministic trend

Series: X MM LOGL DLOGY

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	68.50117	55.24578	0.0022
At most 1	0.324082	28.01428	35.01090	0.2296
At most 2	0.147299	10.38855	18.39771	0.4438
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	40.48689	30.81507	0.0025
At most 1	0.324082	17.62573	24.25202	0.2937
At most 2	0.147299	7.170606	17.14769	0.6943
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Restrictions:

$A(2,1)=0$

Tests of cointegration restrictions:

Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likelihood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
1	353.4008	20.83991	1	0.000005
2	372.6336	NA	NA	NA
3	376.2189	NA	NA	NA

NA indicates restriction not binding.

1 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 35 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
2.906368	-2.327737	-0.088859	-157.9867

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	-0.019784 (0.03965)
D(MM)	0.000000 (0.00000)
D(LOGL)	-0.002540 (0.00110)
D(DLOGY)	0.000989 (0.00066)

2 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 15 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
4.296493	-3.839694	7.694505	247.6852
-0.921967	1.645801	-14.83821	-444.7605

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	-0.047831 (0.03907)	-0.096729 (0.05816)
D(MM)	0.000000	-0.185314



	(0.00000)	(0.03106)
D(LOGL)	-0.002206	-0.002496
	(0.00115)	(0.00172)
D(DLOGY)	0.001021	0.000711
	(0.00069)	(0.00102)

---

3 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 19 iterations.

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
3.654225	-3.365213	19.36616	364.3951
0.263190	0.740714	-26.31418	-555.2293
-2.094061	1.984289	13.90300	9.852053

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	-0.055119	-0.088939	-0.046262
	(0.04617)	(0.05223)	(0.04836)
D(MM)	0.000000	-0.148185	-0.097587
	(0.00000)	(0.03481)	(0.03519)
D(LOGL)	-0.003797	-0.003041	-0.002897
	(0.00129)	(0.00145)	(0.00135)
D(DLOGY)	-0.000280	0.000223	-0.001813
	(0.00077)	(0.00086)	(0.00080)

---

**Figura 23 – teste  $A(3,1)=0$  exogeneidade fraca de logl**

Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

Trend assumption: Quadratic deterministic trend

Series: X MM LOGL DLOGY

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	68.50117	55.24578	0.0022
At most 1	0.324082	28.01428	35.01090	0.2296
At most 2	0.147299	10.38855	18.39771	0.4438
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	40.48689	30.81507	0.0025
At most 1	0.324082	17.62573	24.25202	0.2937
At most 2	0.147299	7.170606	17.14769	0.6943
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Restrictions:

$A(3,1)=0$

Tests of cointegration restrictions:

Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likelihood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
1	363.5609	0.519655	1	0.470989
2	372.6336	NA	NA	NA
3	376.2189	NA	NA	NA

NA indicates restriction not binding.

1 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 11 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.123762	-1.482391	8.886209	293.4197

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.044814 (0.03716)
D(MM)	0.242072 (0.03966)
D(LOGL)	0.000000 (0.00000)
D(DLOGY)	0.001142 (0.00056)

2 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 37 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.282864	-1.601348	9.595298	290.7024
3.432711	-2.086275	-9.599826	-269.7666

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.056278 (0.03839)	-0.054920 (0.03977)
D(MM)	0.244809	-0.041717

	(0.04138)	(0.04272)
D(LOGL)	0.000000	-0.002091
	(0.00000)	(0.00108)
D(DLOGY)	0.000587	0.000867
	(0.00052)	(0.00068)

---

3 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 7 iterations.

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.284819	-1.588572	9.364528	283.8743
3.276919	-1.740142	-13.21678	-377.4991
1.023668	-0.638037	27.60066	213.3395

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.046117	-0.051643	-0.017560
	(0.03775)	(0.03719)	(0.03721)
D(MM)	0.238755	-0.040558	-0.008304
	(0.04068)	(0.04003)	(0.04005)
D(LOGL)	0.000000	-0.001953	-0.002159
	(0.00000)	(0.00103)	(0.00099)
D(DLOGY)	0.001230	0.000805	-0.001354
	(0.00050)	(0.00061)	(0.00060)

---

**Figura 24 – teste  $A(4,1)=0$  exogeneidade fraca de dlogy**

Sample (adjusted): 2000Q1 2011Q1

Included observations: 45 after adjustments

Trend assumption: Quadratic deterministic trend

Series: X MM LOGL DLOGY

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	68.50117	55.24578	0.0022
At most 1	0.324082	28.01428	35.01090	0.2296
At most 2	0.147299	10.38855	18.39771	0.4438
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.593312	40.48689	30.81507	0.0025
At most 1	0.324082	17.62573	24.25202	0.2937
At most 2	0.147299	7.170606	17.14769	0.6943
At most 3	0.069013	3.217942	3.841466	0.0728

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Restrictions:

$A(4,1)=0$

Tests of cointegration restrictions:

Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likelihood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
1	362.7575	2.126551	1	0.144766
2	372.6336	NA	NA	NA
3	376.2189	NA	NA	NA

NA indicates restriction not binding.

1 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 13 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.102151	-1.452336	11.54718	313.8110

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.033660 (0.03820)
D(MM)	0.231085 (0.04023)
D(LOGL)	-0.001534 (0.00097)
D(DLOGY)	0.000000 (0.00000)

2 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 83 iterations.

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.177367	-1.635634	11.47042	345.8841
3.105204	-2.288547	-2.246025	-52.81166

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.079790 (0.04641)	-0.067713 (0.05122)
------	-----------------------	------------------------

D(MM)	0.233189	-0.033392
	(0.05003)	(0.05510)
D(LOGL)	0.001207	-0.002769
	(0.00105)	(0.00134)
D(DLOGY)	0.000000	0.001202
	(0.00000)	(0.00063)

---

3 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 8 iterations.

---

Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)

X	MM	LOGL	DLOGY
1.332546	-1.647469	9.715836	294.4152
3.326238	-1.800309	-12.84468	-366.7459
-0.111557	0.767435	19.30474	-38.36762

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(X)	0.031371	-0.051623	-0.017515
	(0.04128)	(0.03719)	(0.03712)
D(MM)	0.224603	-0.040546	-0.008307
	(0.04450)	(0.04003)	(0.03997)
D(LOGL)	-0.001771	-0.001951	-0.002156
	(0.00092)	(0.00103)	(0.00098)
D(DLOGY)	0.000000	0.000806	-0.001354
	(0.00000)	(0.00060)	(0.00052)

---